

2.1 Déterminer la moyenne, la médiane et le mode ou la classe modale de chaque jeu de données.

a)

valeur	1	2	3	4	5	6
effectif	1	3	5	5	7	4

* Moyenne : $\bar{X} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 4}{25} = \frac{101}{25} = \underline{4.04}$

* Médiane : variable discrète, 25 données \Rightarrow médiane = 13^e donnée
 $\Rightarrow \tilde{X} = \underline{4}$

* Mode : $M = 5$ car il a 7 effectifs

b) -0.5 0.1 0.9 0.3 0.2 -0.6 0 -1.0 0.7 -0.1

* Moyenne : $\bar{X} = \frac{-0.5 + 0.1 + 0.9 + 0.3 + 0.2 - 0.6 + 0 - 1 + 0.7 - 0.1}{10} = \frac{0}{10} = 0$

$\Rightarrow \bar{X} = \underline{0}$

* Médiane : variable discrète, 10 données \Rightarrow médiane = $\frac{X_5 + X_6}{2}$

! Les données doivent être triées par ordre croissant

-1 -0.6 -0.5 -0.4 0 0.1 0.2 0.3 0.7 0.9
 X_5 X_6

$\Rightarrow \tilde{X} = \frac{0 + 0.1}{2} = 0.05 \Rightarrow \tilde{X} = \underline{0.05}$

* Mode : n'existe pas car les données n'apparaissent toute qu'une fois.

valeur centrale	150	250	350	450
classe	[100; 200[[200; 300[[300; 400[[400; 500[
fréquence	32%	20%	12%	36%
fréq. cumulée	32%	52%	64%	100%

* Moyenne : $\bar{X} = \frac{150 \cdot 32 + 250 \cdot 20 + 350 \cdot 12 + 450 \cdot 36}{100} = 302$

$\Rightarrow \bar{X} = 302$

* Médiane : classe médiane = $[200; 300[$

fréquence cumulée pour 200 : 32%
 " " 300 : 52% } 20% pour la classe $[200; 300[$

fréquence cumulée pour \tilde{X} : 50% \Rightarrow 18% pour $[200; \tilde{X}[$

$\Rightarrow \begin{matrix} 20\% \rightarrow 100 \\ 18\% \rightarrow X \end{matrix} \Rightarrow X = \frac{18\% \cdot 100}{20\%} = 90$

$\Rightarrow \tilde{X} = 200 + 90 = 290$

* Classe modale : $[400; 500[$

d)

valeur centrale	1	2,5	3,5	4,5	7,5	
classe	[0; 2[[2; 3[[3; 4[[4; 5[[5; 10[Total
effectif	12	48	94	42	4	200
Fréquence	6%	24%	47%	21%	2%	100%
Fréquence cumulée	6%	30%	77%	98%	100%	

* Moyenne : $\bar{X} = \frac{1 \cdot 12 + 2,5 \cdot 48 + 3,5 \cdot 94 + 4,5 \cdot 42 + 7,5 \cdot 4}{200}$

$\Rightarrow \bar{X} = 3,4$

* Médiane : classe médiane : [3; 4[

fréquences cumulée pour 3 : 30%
 " " 4 : 77% } 47% pour la classe [3; 4[
 1

fréquence cumulée pour \tilde{x} : 50% \Rightarrow 20% pour [3; \tilde{x} [
 x

\Rightarrow 47% \rightarrow 1
 20% \rightarrow x $\Rightarrow x = \frac{20\% \cdot 1}{47\%} = 0,43$

$\Rightarrow \tilde{x} = 3 + 0,43 \Rightarrow \underline{\underline{\tilde{x} = 3,43}}$

* Classe modale : [3; 4[

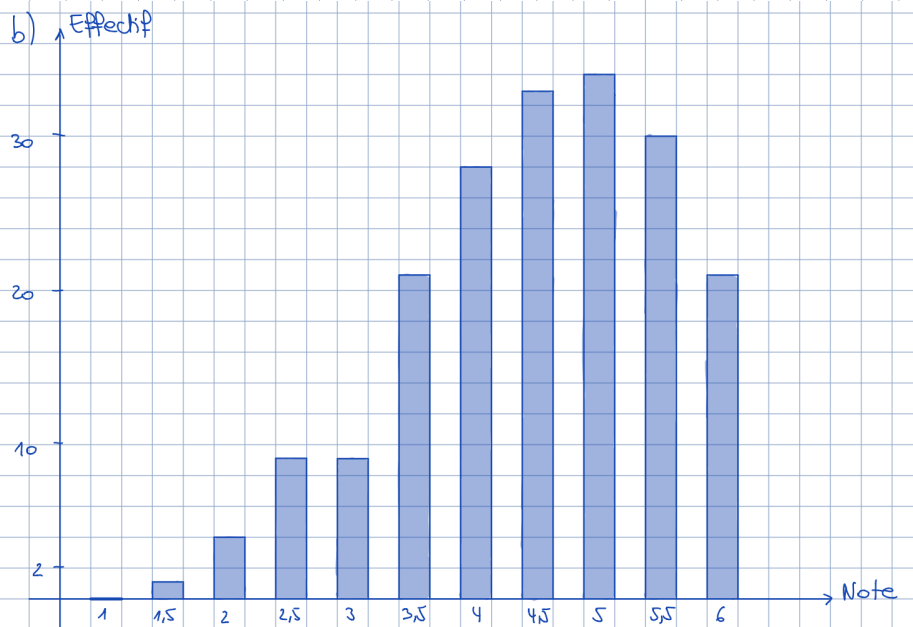
2.2 Un professeur de mathématiques recueille toutes les notes qu'il a mises dans une classe donnée et obtient le tableau de distribution suivant :

Note	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
Effectif	0	1	4	9	9	21	28	33	34	30	21

- Décrire la variable statistique étudiée et donner son type.
- Tracer l'histogramme de cette distribution.
- Calculer le pourcentage associé à chacune des valeurs de ce tableau de distribution.
- Donner le mode, la médiane et la moyenne.

a) Variable : notes mises dans une classe

Type : quantitative discrète



c)

Note	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	Total
Effectif	0	1	4	9	9	21	28	33	34	30	21	190
fréquence	0%	0,5%	2,1%	4,7%	4,7%	11,1%	14,7%	17,4%	17,9%	15,8%	11,1%	100%

↑

$\frac{1}{190}$

d) * Mode : $M = 5$

* Moyenne :

$$\bar{X} = \frac{1,5 \cdot 1 + 2 \cdot 6 + 2,5 \cdot 9 + 3 \cdot 9 + 3,5 \cdot 21 + 4 \cdot 28 + 4,5 \cdot 33 + 5 \cdot 24 + 5,5 \cdot 30 + 6 \cdot 21}{190}$$

$$= \underline{\bar{X} \approx 4,49}$$

* Médiane : Variable discrète, 190 données \Rightarrow médiane = $\frac{X_{95} + X_{96}}{2}$

$$= \bar{X} = \frac{4,5 + 4,5}{2} = 4,5$$

$$= \underline{\bar{X} = 4,5}$$

2.3 Lors d'une journée de recrutement de l'armée, on a mesuré la taille en centimètres de 50 hommes âgés de 20 ans et reporté les mesures ci-dessous :








171.5 171.5 172.0 177.0 171.0 169.5 176.0 174.5 170.5 175.0 173.5
172.5 172.0 173.0 175.5 176.5 173.0 173.5 171.0 169.5 173.5 171.0
174.0 166.0 173.5 168.0 177.0 170.0 175.0 167.5 176.5 172.5 177.0
172.5 179.5 168.0 175.0 174.0 178.5 167.0 170.5 176.0 172.0 177.0
174.0 171.0 179.0 176.0 170.0 170.0

- Décrire la variable statistique étudiée et donner son type.
- Grouper les données en 7 classes de deux centimètres de large, comprises entre 166 cm et 180 cm, calculer l'effectif, la fréquence et la fréquence cumulée pour chaque classe.
- Tracer l'histogramme de cette distribution et tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes.
- Donner la classe modale, la médiane et la moyenne, en utilisant les classes créées précédemment.

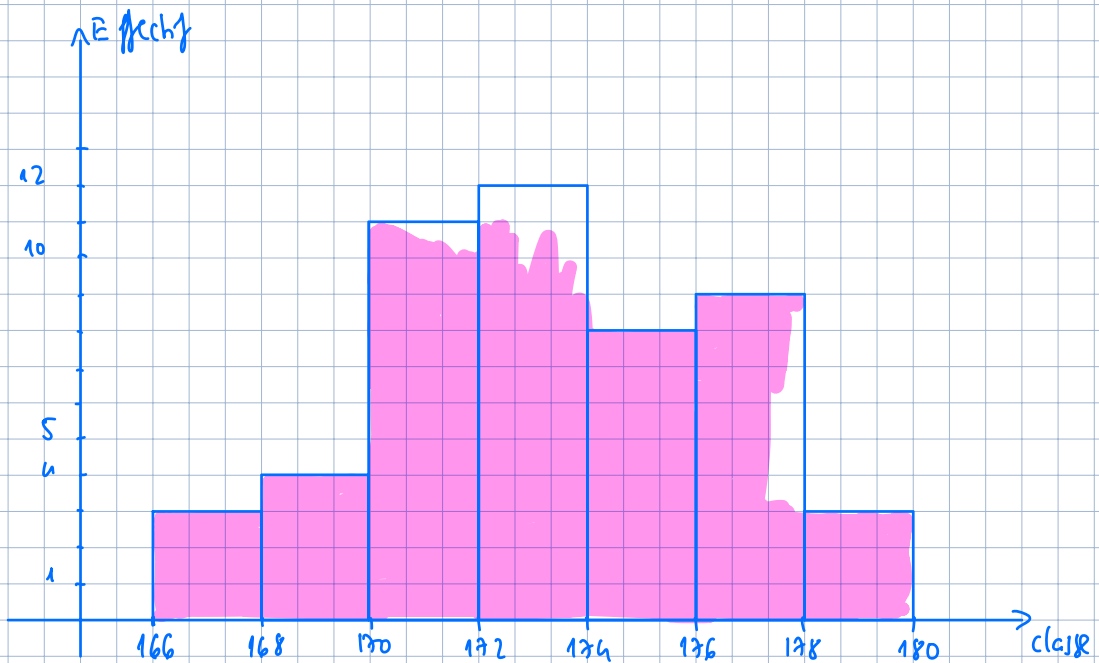
a) variable : taille (en cm)

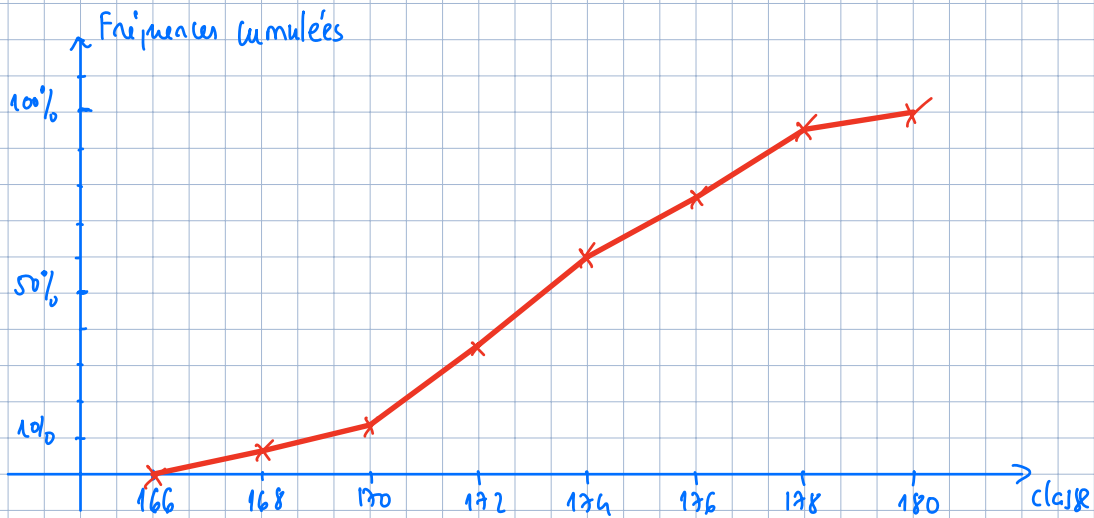
Type : quantitative continue

b)

	Classe	Valeur centrale	Effectif	Fréquences	Fréquences cumulées
	[166; 168[167	3	$\frac{3}{50} = 6\%$	6%
	[168; 170[169	4	8%	14%
	[170; 172[171	12	24%	36%
	[172; 174[173	12	24%	60%
	[174; 176[175	8	16%	76%
	[176; 178[177	9	18%	94%
	[178; 180[179	3	6%	100%
	Total		50	100%	—

c)





d) * classe modale : $[172; 174[$

* Moyenne :

$$\bar{X} = \frac{163 \cdot 3 + 169 \cdot 4 + 171 \cdot 11 + \dots + 177 \cdot 9 + 179 \cdot 3}{50}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 173,28$$

* classe médiane : $[172; 174[$

fréquence cumulée pour 172 : 36%
 " " 174 : 60% } 24% pour la classe $[172; 174[$
 2

fréquence cumulée pour \tilde{X} : 50% \Rightarrow 14% pour $[172; \tilde{X}[$
 x

$$\Rightarrow 24\% \rightarrow 2$$

$$14\% \rightarrow x$$

$$\Rightarrow x = \frac{14\% \cdot 2}{24\%} = 1,17$$

$$\Rightarrow \tilde{X} = 172 + 1,17 \Rightarrow \underline{\underline{\tilde{X} = 173,17}}$$

2.5 ~~2.5~~ Le prof de maths m'a dit : « Finalement, vous avez 4.5 de moyenne sur les cinq notes de l'année ». Sachant que mes quatre premières notes étaient 5.2, 3.1, 4.4 et 4.2, calculer la cinquième note.

Notes : 5,2 ; 3,1 ; 4,4 ; 4,2 ; x

↑
c'est la 5^e note

$$\Rightarrow \text{Moyenne : } \bar{X} = \frac{5,2 + 3,1 + 4,4 + 4,2 + x}{5} = 4,5$$

$$\Rightarrow \text{équation : } \frac{16,9 + x}{5} = 4,5$$

$$\Rightarrow 16,9 + x = 22,5$$

$$\Rightarrow \underline{x = 5,6}$$

2.6 En utilisant le tableau de distribution de l'exercice 4.12, page 4.14

- Calculer l'âge moyen de la population suisse en 1860 et en 2009 et représenter chaque moyenne par un triangle sous l'axe des âges des polygones de fréquences construits au point b) de l'exercice 4.12.
- Calculer l'âge médian de la population suisse en 1860 et en 2009 et marquer chaque médiane par une barre verticale sur le graphique précédent.
- Déterminer la classe modale de l'âge de la population suisse en 1860 et en 2009. Cette notion est-elle représentative dans le cas étudié? Justifier la réponse
- Pourquoi l'âge moyen et l'âge médian de l'année 1860 sont-ils différents? Pourquoi l'âge moyen et l'âge médian de l'année 2009 sont-ils presque égaux?
- Que peut-on conclure en comparant les âges moyens et médians des années 1860 et 2009?

Répartition de la population suisse en 1860 et 2009 selon l'âge.

Valeur centrale	Âge	1860		2009		Fréquences cum.	
		Effectif	Pourcentage	Effectif	Pourcentage	1860	2009
5	0; 10	518'538	20.6%	763'546	9.8%	20.6%	9.8%
15	10; 20	476'347	18.9%	872'579	11.2%	39.5%	21%
25	20; 30	429'507	17.1%	978'050	12.6%	56.6%	33.6%
35	30; 40	362'978	14.4%	1'096'126	14.1%	71%	47.7%
45	40; 50	287'564	11.4%	1'277'392	16.4%	82.4%	64.1%
55	50; 60	230'276	9.2%	1'031'892	13.3%	91.6%	77.4%
65	60; 70	138'932	5.5%	840'583	10.8%	97.1%	88.2%
75	70; 80	59'549	2.4%	554'034	7.1%	99.5%	95.3%
85	80; 90	11'095	0.4%	311'195	4.0%	99.9%	99.3%
95	90 et plus	610	0.0%	60'409	0.8%	99.9%	100.1%
	Total	2'515'396	99.9% *	7'785'806	100.1% *		

Source : Office fédéral de la statistique, site web Statistique suisse 2012.

*Les pourcentage totaux ne sont pas exactement égaux à 100% à cause des arrondis

a) • 1860 :

$$\bar{X} = \frac{5 \cdot 518'538 + 15 \cdot 476'347 + \dots + 85 \cdot 11'095 + 95 \cdot 610}{2'515'396}$$

$$\Rightarrow \bar{X} \approx 29,13$$

• 2009 :

$$\bar{X} = \frac{5 \cdot 763'546 + 15 \cdot 872'579 + \dots + 85 \cdot 311'195 + 95 \cdot 60'409}{7'785'806}$$

$$\Rightarrow \bar{X} \approx 41,40$$

polygone de l'exercice 3.12 b)



b) * 1860 :

classe médiane :]20 ; 30]

fréquence cumulée pour 20 : 39,5% }
 " " 30 : 56,6% } 17,1% pour la classe]20 ; 30]
 10

fréquence cumulée pour \tilde{x} : 50% \Rightarrow 10,5% pour]20 ; \tilde{x}]
 x

\Rightarrow 17,1% \rightarrow 10

10,5% \rightarrow x

$$\Rightarrow x = \frac{10,5\% \cdot 10}{17,1\%} = 6,14$$

$$\Rightarrow \tilde{x} = 20 + 6,14 \Rightarrow \underline{\tilde{x} = 26,14}$$

* 2009 :

classe médiane : $]40 ; 50]$

fréquences cumulées pour 40 : 47,7%
" " 50 : 64,1% } 16,4% pour la classe $]40 ; 50]$
10

fréquence cumulée pour \tilde{x} : 50% \Rightarrow 2,3% pour $]40 ; \tilde{x}]$
x

$$\Rightarrow 16,4\% \rightarrow 10$$

$$2,3\% \rightarrow x$$

$$\Rightarrow x = \frac{2,3\% \cdot 10}{16,4\%} = 1,40$$

$$\Rightarrow \tilde{x} = 40 + 1,40 = \underline{\underline{\tilde{x} = 41,40}}$$

c) * 1860 : classe modale = $]10 ; 20]$

* 2009 : classe modale = $]40 ; 50]$

! classes modales peu significatives car peu de différences d'effectifs avec les autres grandes classes.

d) * 1860 : Âge moyen > âge médian car il y a quelques personnes très âgées \Rightarrow tire la moyenne vers le haut.

* 2009 : identiques car la répartition de la population autour de ces valeurs est symétrique.

e) La population est plus vieille en 2009 qu'en 1860.

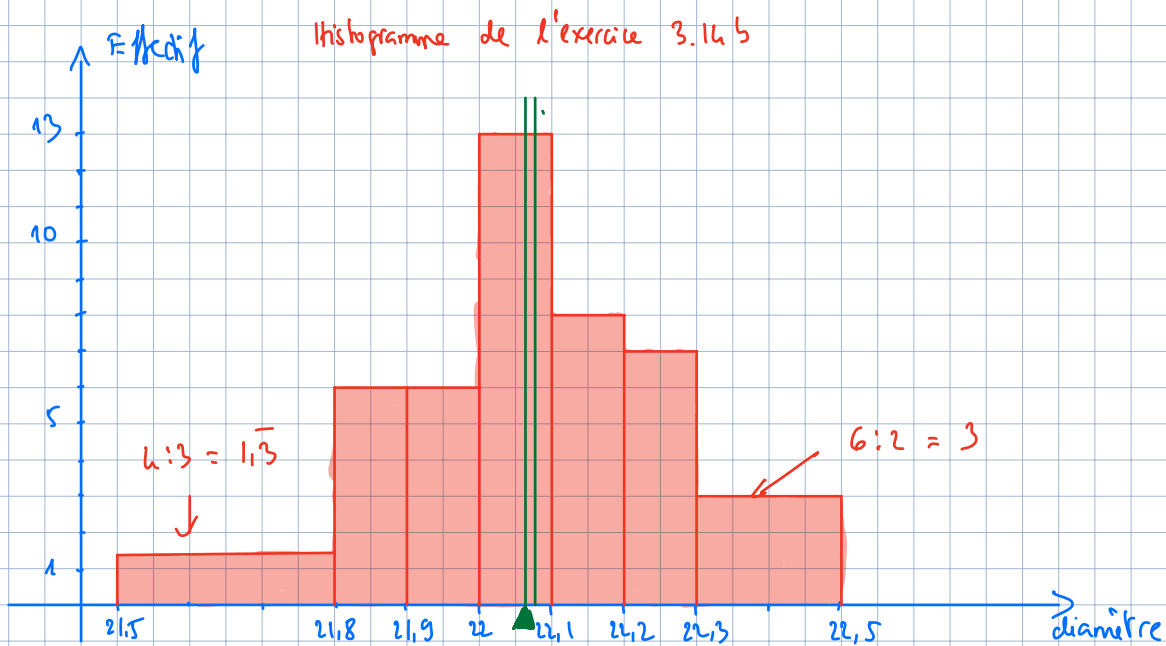
2.7 ~~201~~ En utilisant le tableau de distribution de l'exercice 1.14, page 4, 13

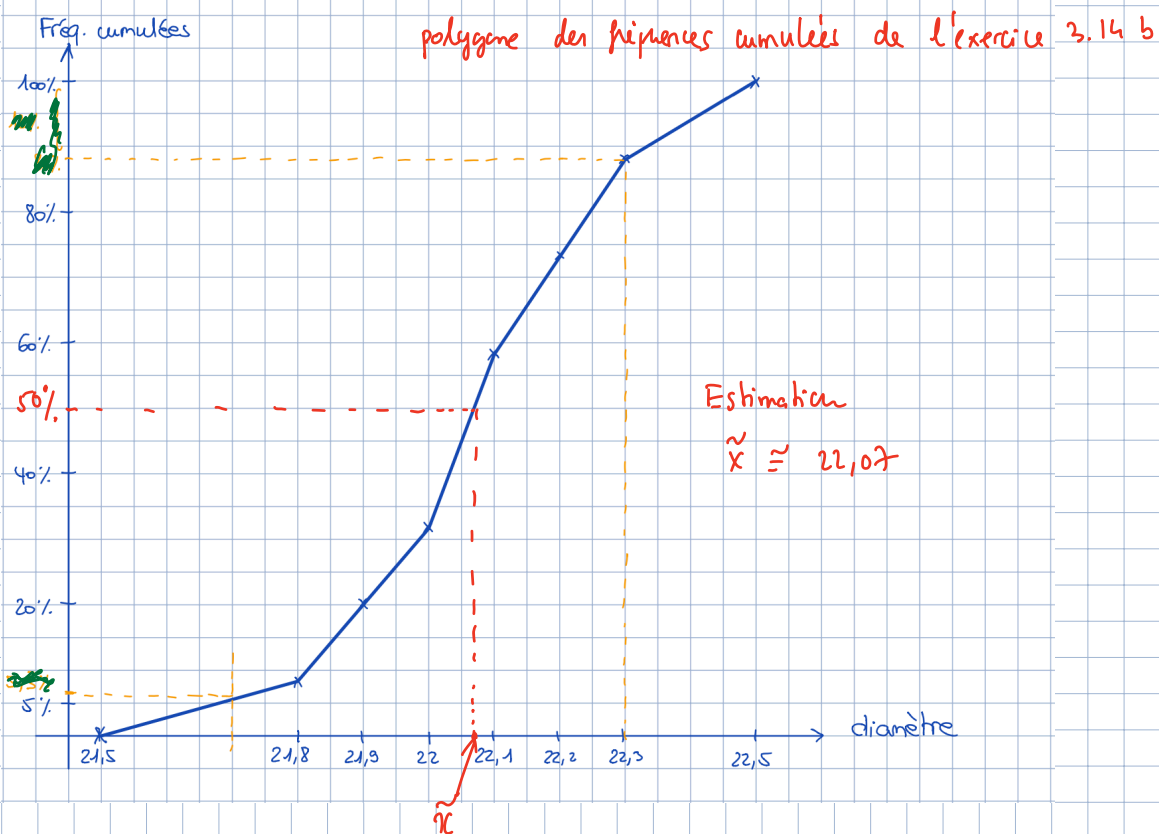
- Calculer le diamètre moyen des boulons et représenter la moyenne par un triangle sous l'axe horizontal de l'histogramme construit au point b) de l'exercice 1.14.
- Estimer la valeur de la médiane à l'aide du polygone des fréquences cumulées construit au point b) de l'exercice 1.14. Calculer le diamètre médian et vérifier sa proximité avec la valeur estimée. Marquer cette valeur par une barre verticale sur l'histogramme.
- Déterminer la classe modale. Cette notion est-elle représentative ici? Justifier la réponse.
- Que peut-on conclure en comparant la moyenne, la médiane et la classe modale sur la forme de la distribution des diamètres des boulons?

Tableau de l'exercice 1.14 :

Répartition de ... 50 boulons ... selon leur diamètre (en mm)

valeur centrale	Diamètre [mm]	Effectifs	Fréquences	Fréq. cumulées
21,65	[21.5; 21.8[4	$4/50 = 8\%$	8%
21,85	[21.8; 21.9[6	12%	20%
21,95	[21.9; 22.0[6	12%	32%
22,05	[22.0; 22.1[13	26%	58%
22,15	[22.1; 22.2[8	16%	74%
22,25	[22.2; 22.3[7	14%	88%
22,4	[22.3; 22.5[6	12%	100%
	Total	50	100%	—





a) Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{21,65 \cdot 4 + 21,85 \cdot 6 + \dots + 22,25 \cdot 7 + 22,4 \cdot 6}{50}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 22,068$$

b) Médiane :

* classe médiane : $[22,0 ; 22,1[$

fréquences cumulées pour 22,0 : 32% } 26% pour la classe $[22,0 ; 22,1[$
 // 22,1 : 58% } 0,12

fréquence cumulée pour \tilde{x} : 50% \Rightarrow 18% pour $[22,0 ; \tilde{x}[$
x

$$\Rightarrow 26\% \rightarrow 0,1$$

$$18\% \rightarrow x$$

$$\Rightarrow x = \frac{18\% \cdot 0,1}{26\%} = 0,07$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 22,0 + 0,07 \Rightarrow \underline{\bar{X} = 22,07}$$

$$c) \text{ Classe modale } = [22,0 ; 22,1[$$

\Rightarrow elle est significative car son effectif est nettement plus élevé que les autres

d) La classe modale contient la moyenne et la médiane qui sont très proches. La distribution des données est dite normale, en forme de cloche.