Exponentielles et logarithmes

4.2.10 Donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{2}{10^x - 9}$

b) $f(x) = \log_7\left(\dfrac{x^2-1}{x+3}\right)$

c) $f(x) = \log(x^3 + 2x^2 - 3)$

d) $f(x) = \dfrac{1}{\log(x^2-1)}$

a) $f(x) = \dfrac{2}{10^x - 9}$

* condition : $10^x - 9 \neq 0 \Leftrightarrow 10^x \neq 9 \Leftrightarrow x \neq \log(9)$

d'où $ED(f) = \mathbb{R} \setminus \{\log(9)\}$

b) $f(x) = \log_7\left(\dfrac{x^2-1}{x+3}\right)$

* Condition : $\dfrac{x^2-1}{x+3} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x-1)(x+1)}{x+3} > 0$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{x^2-1}{x+3}$		$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow ED(f) =]-3 ; -1[\cup]1 ; +\infty[$

c) $f(x) = \log\left(x^3 + 2x^2 - 3\right)$

* <u>condition</u> : $x^3 + 2x^2 - 3 > 0$

$\Rightarrow$ Horner :

	1	2	0	−3
1		1	3	3
	1	3	3	0

$\Rightarrow x^3 + 2x^2 - 3 = (x-1)\underbrace{(x^2 + 3x + 3)}_{\Delta < 0} > 0$

d'où $ED(f) =]1 ; +\infty[$

d) $f(x) = \dfrac{1}{\log(x^2 - 1)}$

* <u>Condition</u> : $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) > 0$

et $\log(x^2-1) \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 1$

$\Leftrightarrow x^2 \neq 2 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{2}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
x^2-1		$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$+$	

$\Rightarrow ED(f) =]-\infty ; -\sqrt{2}[\cup]-\sqrt{2} ; -1[\cup]1 ; \sqrt{2}[\cup]\sqrt{2} ; +\infty[$