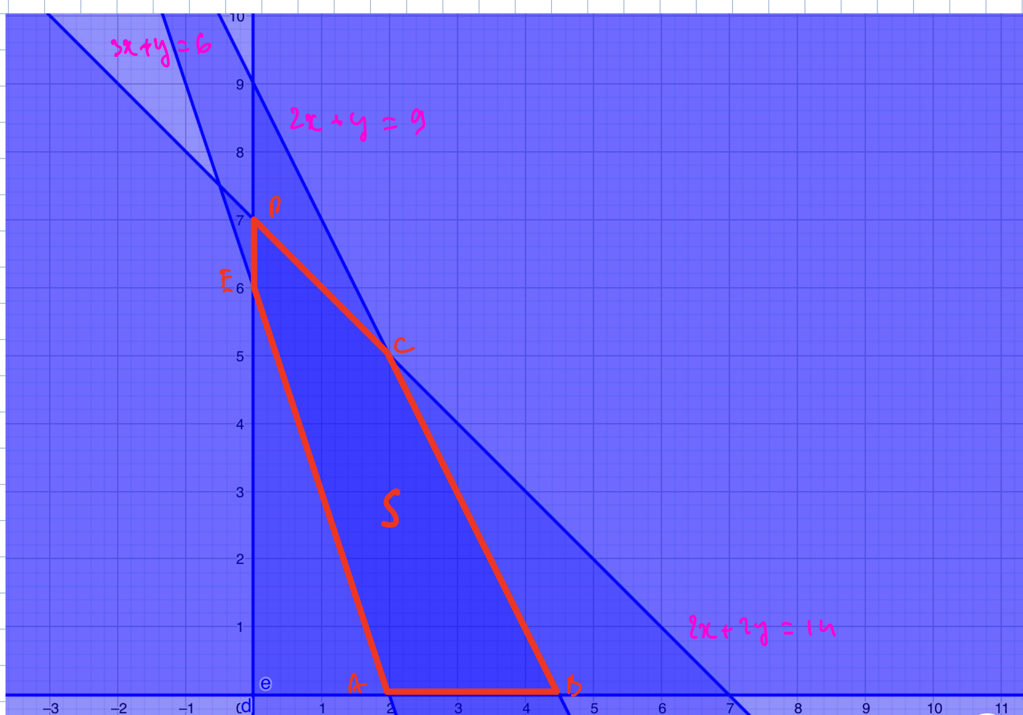
1.5 Maximiser $f(x;y) = 6x + 5y$ sous les contraintes suivantes.

$$2x + y \leqslant 9, \quad 3x + y \geqslant 6, \quad 2x + 2y \leqslant 14, \quad x \geqslant 0 \quad \text{et} \quad y \geqslant 0$$

$f(x;y) = 6x + 5y$

contraintes $\begin{cases} 2x + y \leq 9 \\ 3x + y \geqslant 6 \\ 2x + 2y \leq 14 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2x + 9 \\ y = -3x + 6 \\ y = -x + 7 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$



$f(x;y) = 6x + 5y \rightarrow y = -\frac{6}{5}x$

$\Rightarrow$ sommets : $A(2;0)$; $C(2;5)$; $D(0;7)$; $E(0;6)$

B est l'intersection entre $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} = 4,5 \\ y = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow B\left(\frac{9}{2} ; 0\right)$

Maximiser $f(x;y) = 6x + 5y$

$\Rightarrow f(2;0) = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 0 = 12$

$f\left(\frac{9}{2};0\right) = 6 \cdot \frac{9}{2} + 5 \cdot 0 = 27$

$\boxed{f(2;5) = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 5 = 12 + 25 = 37}$

$f(0;7) = 6 \cdot 0 + 5 \cdot 7 = 35$

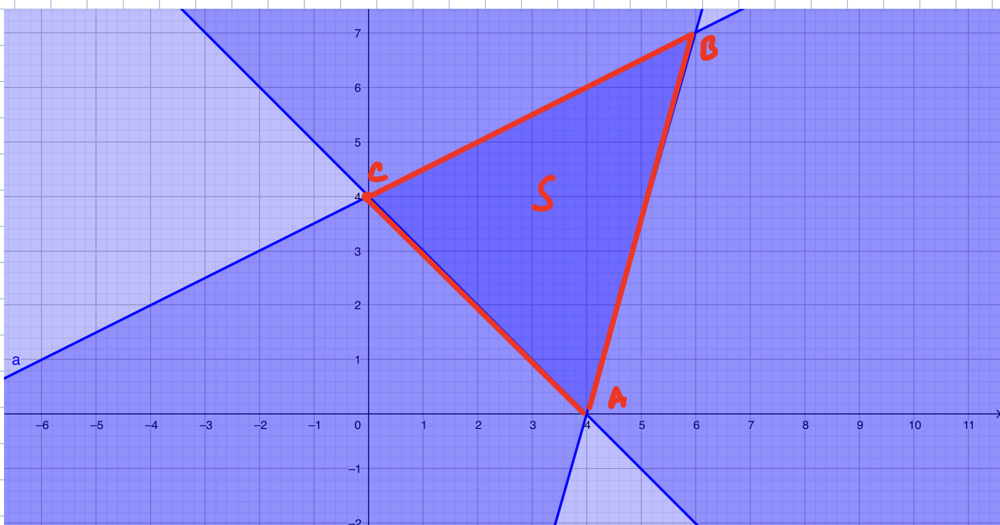
$f(0;6) = 6 \cdot 0 + 5 \cdot 6 = 30$

$\Rightarrow$ Max : $x = 2$, $y = 5$ $\Rightarrow f(2;5) = 37$

1.6 Déterminer la valeur maximum et minimum de la fonction $f(x;y) = 4x - 2y$ sujette aux contraintes suivantes.

$$\begin{cases} x - 2y \geqslant -8 \\ 7x - 2y \leqslant 28 \\ x + y \geqslant 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ on trace les droites frontières : $\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 7x - 2y = 28 \\ x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{2} + 4 \\ y = \frac{7}{2}x - 14 \\ y = -x + 4 \end{cases}$



$f(x;y) = 4x - 2y$

Ici, on a 3 sommets : $A(4;0)$, $B(6;7)$ et $C(0;4)$

$\Rightarrow$ $f(4;0) = 4 \cdot 4 - 2 \cdot 0 = 16$

$f(6;7) = 4 \cdot 6 - 2 \cdot 7 = 24 - 14 = 10$

$f(0;4) = 4 \cdot 0 - 2 \cdot 4 = -8$

$\Rightarrow$ Min : $f(x;y) = -8$

Max : $f(x;y) = 16$