1.12 Une société importatrice de café achète des lots de grains de café en vrac, puis les sépare en grains de premier choix, ordinaires et inutilisables. La société a besoin d'au moins 280 t de grains de premier choix et 200 t de grains ordinaire. Elle peut acheter des grains non triés à volonté chez deux fournisseurs. Des échantillons provenant des deux fournisseurs contiennent les pourcentages suivants de grains de premier choix, ordinaires et inutilisables :

Fournisseur	Premier choix	Ordinaire	Inutilisable
A	20%	50%	30%
B	40%	20%	40%

Si le fournisseur A facture CHF 125.- la tonne et le fournisseur B CHF 200.- la tonne, quelle quantité la société devrait-elle acheter chez chacun des fournisseurs pour satisfaire à ses besoins à un coût minimum ?

* On pose x : nb de Tonnes de A

y : " " B

* Fonction objectif : $f(x;y) = 125x + 200y \Leftrightarrow y = -\frac{125}{200}x = -\frac{5}{8}x$

* Contraintes :

$$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}4y \geq 280 \\ 0{,}5x + 0{,}2y \geq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

* Tester avec $(0;0)$:

$0{,}2 \cdot 0 + 0{,}4 \cdot 0 \geq 280$ NON

$0{,}5 \cdot 0 + 0{,}2 \cdot 0 \geq 200$ NON

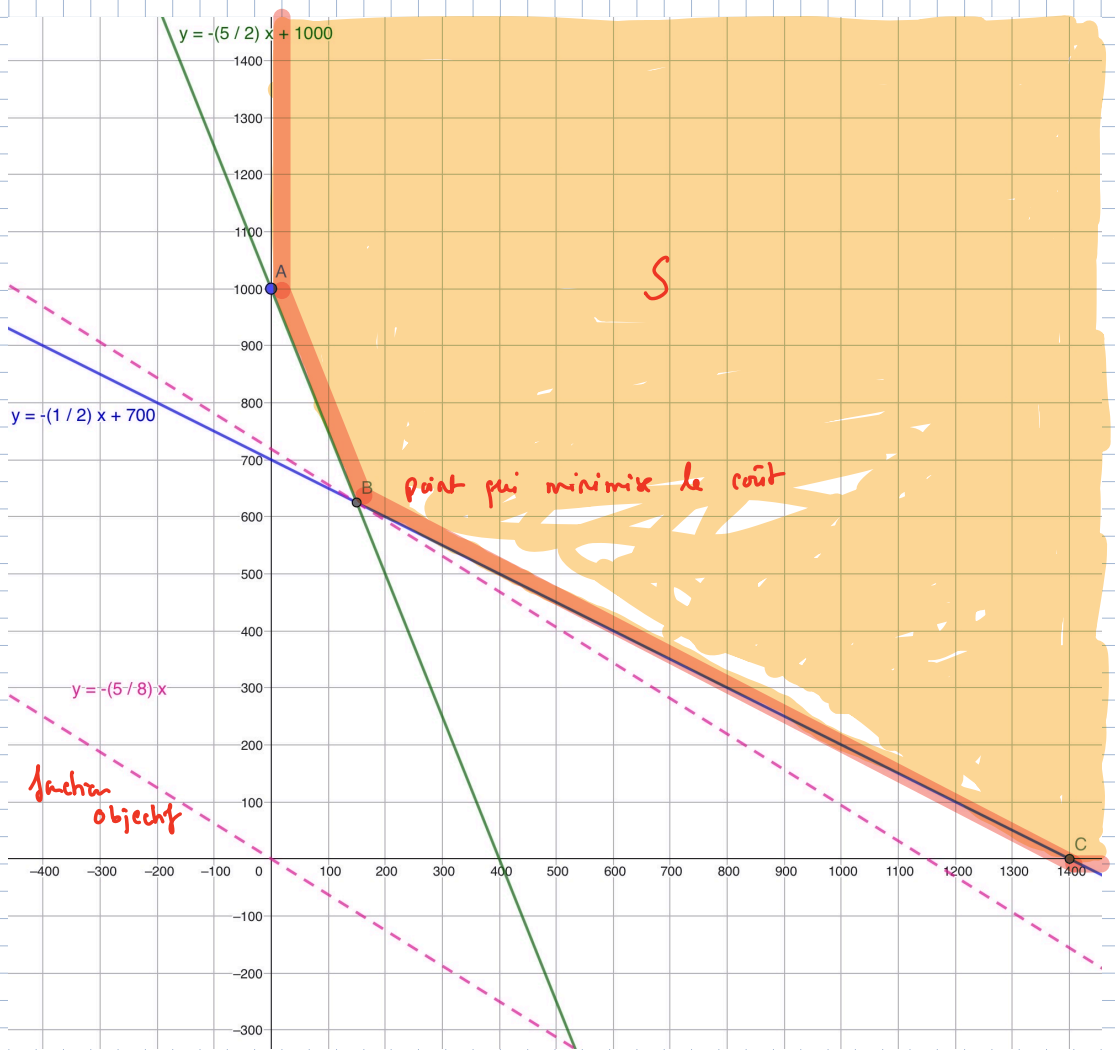
* Tracer les droites :

1) $0{,}2x + 0{,}4y = 280 \mid \cdot 10$

$\Leftrightarrow 2x + 4y = 2800 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 700$

2) $0{,}5x + 0{,}2y = 200 \mid \cdot 10$

$\Leftrightarrow 5x + 2y = 2000 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{2}x + 1000$



⇒ Le point B qui minimise les coûts ⇒ $B = \begin{cases} y = -\frac{5}{2}x + 1000 \\ y = -\frac{1}{2}x + 700 \end{cases}$

$\Rightarrow -\frac{5}{2}x + 1000 = -\frac{1}{2}x + 700 \quad | \cdot 2$

$\Rightarrow -5x + 2000 = -x + 1400 \Rightarrow -4x = -2000 + 1400$

$\Rightarrow -4x = -600 \Rightarrow x = 150 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot 150 + 700 = 625$

$\Rightarrow B(150 ; 625)$

Pour minimiser les coûts, il faut prendre 150 tonnes chez A et 625 tonnes chez B.

⇒ Les coûts min: $f(150 ; 625) = 125 \cdot 150 + 200 \cdot 625 = 143750$ CHF