

Programmation linéaire

Corrigé

Exercice 1 :

Résolve graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ les inéquations suivantes :

a) $2x + 3y - 12 < 0$

Rappel :

Les solutions d'une inéquation linéaire sont tous les points de l'un de 2 demi-plans, la droite frontière étant incluse pour $\leq$ ou $\geq$, pas incluse pour $<$ ou $>$

1) tracer la droite frontière

$$2x + 3y - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 3y = -2x + 12$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{12}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$m = -\frac{2}{3}$$

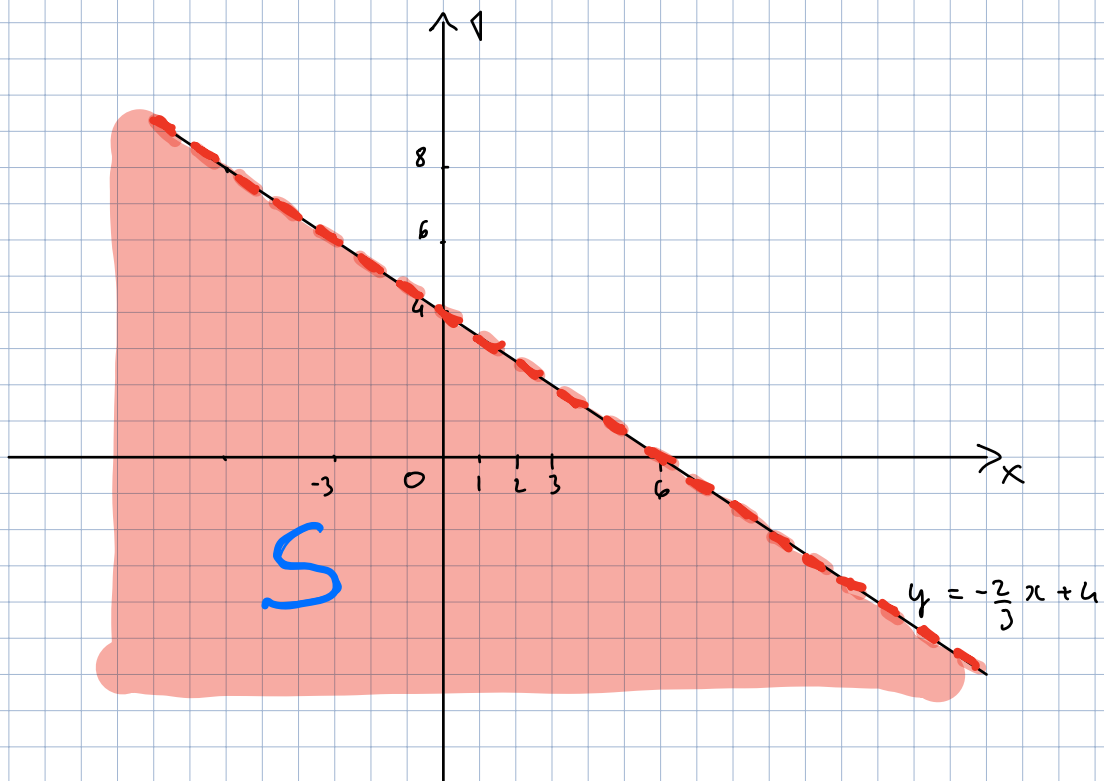


pente

et $b = 4$



ordonnée à l'origine



2) Tester les zéros avec $O(0;0)$

$$2x + 3y - 12 < 0$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 12 < 0$$

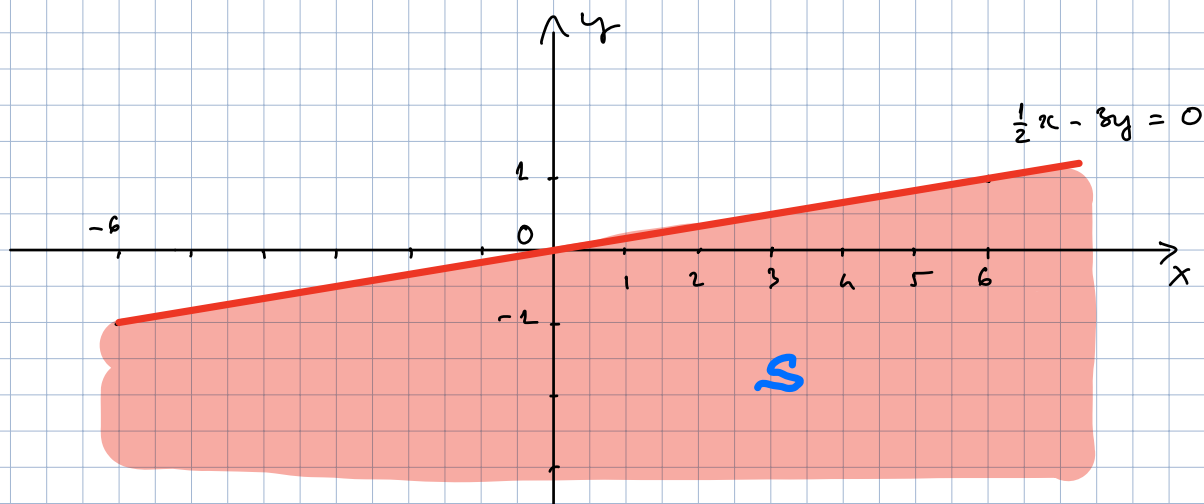
$$\Rightarrow 0 + 0 - 12 < 0$$

$$\Rightarrow -12 < 0 \quad \forall \Delta i$$

$$b) \frac{1}{2}x - 3y \geq 0$$

$$1) \text{ Tester } \frac{1}{2}x - 3y = 0 \Rightarrow 3y = \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{6}x \quad \text{donc } m = \frac{1}{6} \text{ et } b = 0$$



$$2) \text{ Tester les zones avec } A(1; -1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x - 3y \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 - 3 \cdot (-1) \geq 0$$

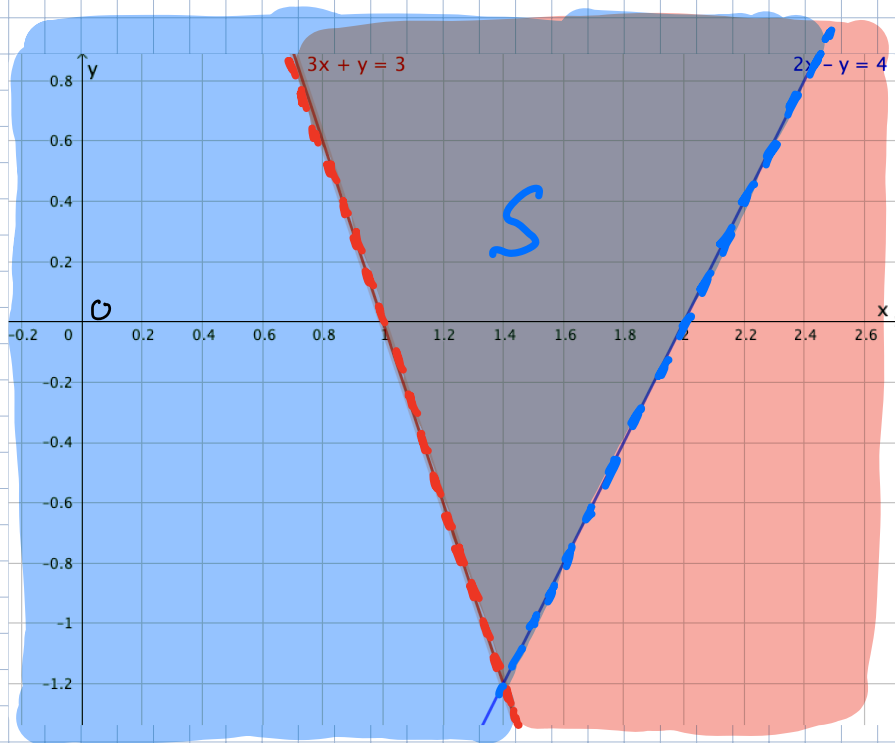
$$\Rightarrow \frac{1}{2} + 3 \geq 0$$

vérai

Exercice 2 :

Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes d'inéquations suivants.

$$a) \begin{cases} 3x + y > 3 \\ 2x - y < 4 \end{cases}$$



1) Trauer 2 droites

$$3x + y = 3$$

$$\text{et } 2x - y = 4$$

2) Tester les zones avec $O(0;0)$

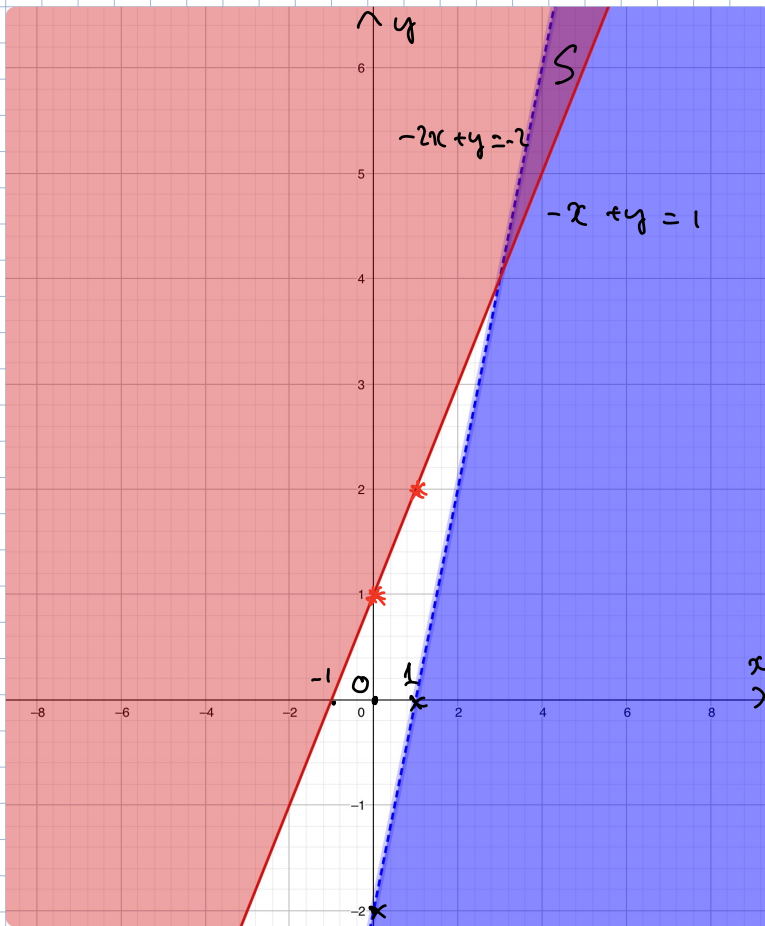
- $3x + y > 3$

$$3 \cdot 0 + 0 > 3 \quad \Rightarrow \quad 0 > 3 \quad \text{non}$$

- $2x - y < 4$

$$2 \cdot 0 - 0 < 4 \quad \Rightarrow \quad 0 < 4 \quad \text{oui}$$

$$b) \begin{cases} -2x + y < -2 \\ -x + y \geq 1 \end{cases}$$



1) Trace 2 droites

$$* -2x + y = -2$$

$$\Rightarrow y = 2x - 2$$

$$m = 2$$

$$h = -2$$

$$* -x + y = 1$$

$$\Rightarrow y = x + 1$$

$$m = 1$$

$$h = 1$$

2) Tester avec $O(0;0)$

$$* -2x + y < -2$$

$$0 + 0 < -2$$

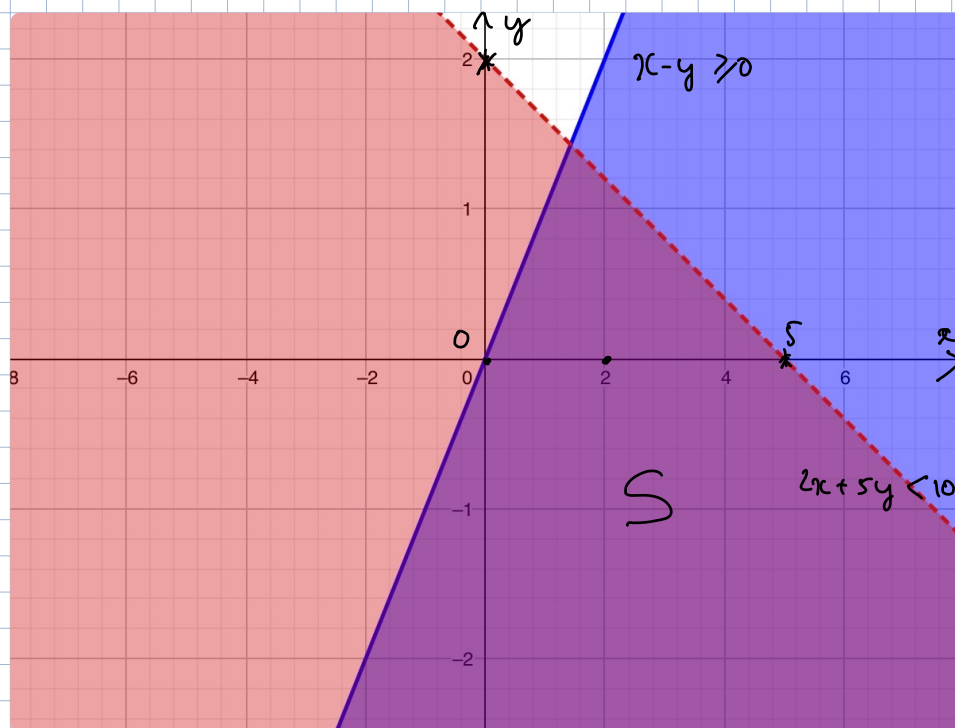
Non

$$* -x + y \geq 1$$

$$0 + 0 \geq 1$$

non

c)
$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + 5y < 10 \end{cases}$$



1) Tracer 2 droites :

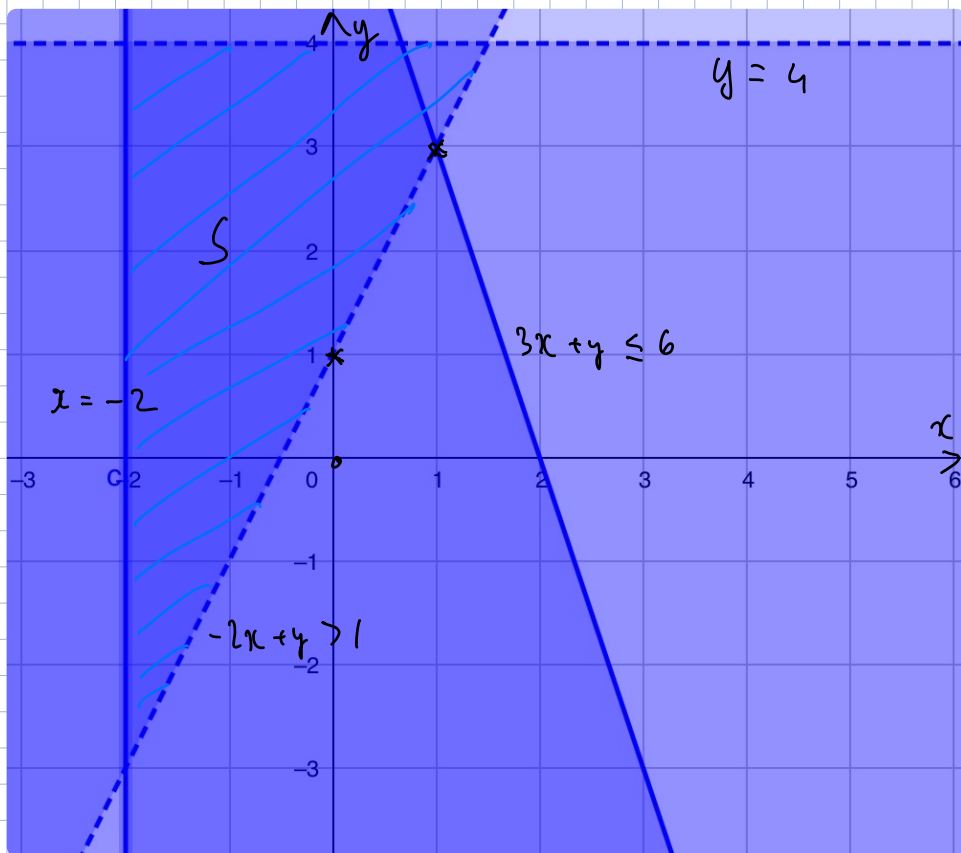
* $x - y = 0 \Rightarrow y = x \Rightarrow m = 1 ; h = 0$

* $2x + 5y = 10 \Rightarrow 5y = -2x + 10$
 $\Rightarrow y = -\frac{2}{5}x + 2$
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$
 $m = -\frac{2}{5} \qquad h = 2$

2) Tester les zones avec (2;0)

* pour $x - y \geq 0$ avec le point (2;0)

$$e) \quad \begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ -2x + y > 1 \\ x \geq -2 \\ y < 4 \end{cases}$$



1) Tracer les 4 droites :

$$* \quad 3x + y = 6 \quad \Rightarrow \quad y = \underset{\downarrow m}{-3x} + \underset{\downarrow h}{6}$$

$$* \quad -2x + y = 1 \quad \Rightarrow \quad y = \underset{\downarrow m}{2x} + \underset{\downarrow h}{1}$$

$$* \quad x = -2$$

$$* \quad y = 4$$

2) Tester les zones avec $O(0;0)$

$$* \quad 3x + y \leq 6$$

$$3 \cdot 0 + 0 \leq 6$$

Oui

$$* \quad -2x + y > 1$$

$$-2 \cdot 0 + 0 > 1$$

Non

$$* \quad x \geq -2$$

$$0 \geq -2$$

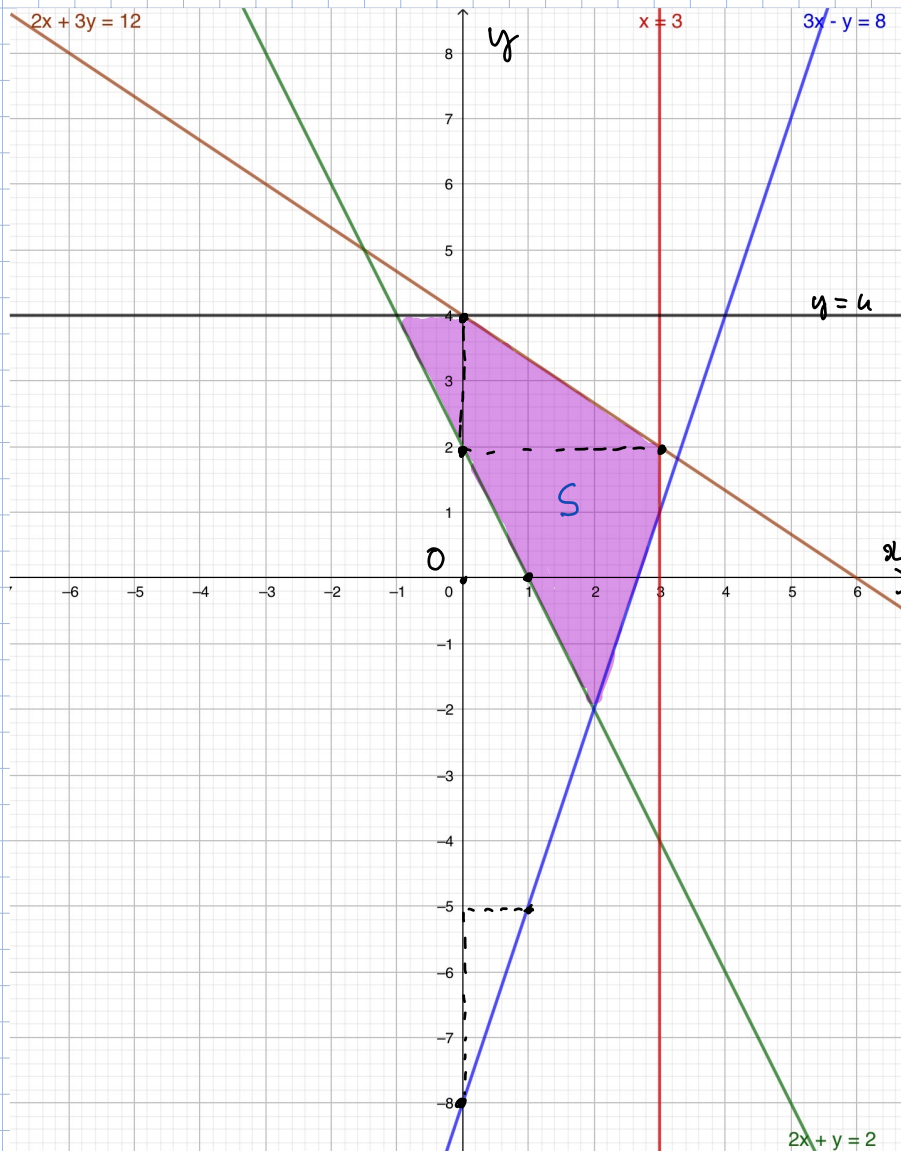
Oui

$$* \quad y < 4$$

$$0 < 4$$

Oui

$$\begin{cases}
 2x + 3y \leq 12 \\
 2x + y \geq 2 \\
 3x - y \leq 8 \\
 x \leq 3 \\
 y \leq 4
 \end{cases}$$



11 Tracer les S dessin :

$$\begin{aligned}
 * \quad 2x + 3y &= 12 \\
 \Rightarrow y &= -\frac{2x}{3} + \frac{12}{3} \\
 \Rightarrow y &= \underset{\downarrow m}{-\frac{2}{3}x} + \underset{\downarrow h}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \quad 2x + y &= 2 \\
 \Rightarrow y &= \underset{\downarrow m}{-2x} + \underset{\downarrow h}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \quad 3x - y &= 8 \quad | \cdot (-1) \\
 -3x + y &= -8 \quad | +5x \\
 \Rightarrow y &= \underset{\downarrow m}{5x} - \underset{\downarrow h}{8}
 \end{aligned}$$

$$* \quad x = 5$$

$$* \quad y = 4$$

2) Tester les zones avec $O(0;0)$

$$\begin{aligned}
 * \quad 2x + 3y &\leq 12 & \Rightarrow 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 &\leq 12 \\
 & & \Rightarrow 0 &\leq 12 \quad \text{oui}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \quad 2x + y &\geq 2 & \Rightarrow 2 \cdot 0 + 0 &\geq 2 \\
 & & \Rightarrow 0 &\geq 2 \quad \text{non}
 \end{aligned}$$

$$* \quad 3x - y \leq 8$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 0 - 0 \leq 8$$

oui

$$* \quad x \leq 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq 3$$

oui

$$* \quad y \leq 4$$

oui