Algèbre

1 Priorités des opérations

Il est important de respecter les conventions sur la hiérarchie des opérations présentes. On effectue dans l'ordre :

— les opérations indiquées entre parenthèses ;

— les puissances et les racines ;

— les multiplications et les divisions ;

— les additions et les soustractions de gauche à droite.

2 Règle des signes

La règle des signes est la suivante :

Multiplication	Division
$+ \cdot + = +$	$+ \div + = +$
$+ \cdot - = -$	$+ \div - = -$
$- \cdot + = -$	$- \div + = -$
$- \cdot - = +$	$- \div - = +$

3 Calcul avec des fractions

La division $a \div b$ peut s'écrire $\frac{a}{b}$; dans ce cas,

— a est le **numérateur** ;

— b est le **dénominateur** ;

— $-$ est la **barre de fraction**.

Amplification et simplification
On peut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre (non nul)sans en changer la valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$$

Multiplication
Multiplier deux fractions revient à multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, sans oublier de simplifier s'il y a lieu.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Division

Diviser deux fractions revient à multiplier la première par l'inverse de la deuxième.
Rappelons que pour déterminer l'inverse d'une fraction, il suffit de permuter le numérateur et le dénominateur. En d'autres termes, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Addition et soustraction

a) Si les deux fractions ont le même dénominateur, on obtient leur somme en additionnant leurs numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

b) Si les deux fractions n'ont pas le même dénominateur, il faut :

— Chercher le dénominateur commun r (en principe, le plus petit multiple des deux dénominateurs)

— Amplifier les deux fractions : $\frac{a}{b} = \frac{a'}{r}$ et $\frac{c}{d} = \frac{c'}{r}$

— On obtient ensuite leur somme en additionnant les nouveaux numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a'}{r} + \frac{c'}{r} = \frac{a'+c'}{r}$$

4 Proportionnalités

a) Deux grandeurs x et y sont **proportionnelles** ou **directement proportionnelles** si la propriété suivante est satisfaite : lorsque l'on multiplie la grandeur x par un nombre k, la grandeur y est également multipliée par k.

b) Deux grandeurs x et y sont **inversement proportionnelles** si la propriété suivante est satisfaite : lorsque l'on multiplie la grandeur x par un nombre k, la grandeur y est divisée par k.

Remarque

a) Pour compléter un tableau entre deux grandeurs x et y proportionnelles, on utilise le principe suivant :
La valeur inconnue est obtenue en utilisant les produits croisés :
$x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$

x	y
x_1	y_1
x_2	y_2

Dans ce cas, le rapport $\dfrac{y}{x} = m$ est constant. On a donc $y = mx$.

La constante m est le **coefficient de proportionnalité**.

b) Si les deux grandeurs x et y sont inversement proportionnelles, c'est le produit $x \cdot y = m$ qui est constant. On a donc $y = \dfrac{m}{x}$.

Exemple 1
On considère le côté c et le périmètre p d'un carré. Compléter le tableau ci-dessous.

Côté c	2	5		
Périmètre p			24	80

Les grandeurs c et p sont-elles proportionnelles ? inversement proportionnelles ?

Exemple 2
On considère le côté c et l'aire a d'un carré. Compléter le tableau ci-dessous.

Côté c	2	5		
Aire a			49	144

Les grandeurs c et a sont-elles proportionnelles ? inversement proportionnelles ?