

3.1.25

$$h \cap m : \begin{array}{l} 2x - 3y = -12 \\ 2x + 3y = 0 \\ \hline 4x = -12 \end{array} \Rightarrow x = -3 \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow A(-3; 2)$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4+3 \\ -1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow (AC) : 3x + 7y + c_1 = 0$$

$$C \in AC \Rightarrow 12 - 7 + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = -5 \Rightarrow (AC) : 3x + 7y - 5 = 0$$

$$(BC) : 3x + 2y + c_2 = 0 \quad C \in BC \Rightarrow 12 - 2 + c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = -10$$

$$\Rightarrow (BC) : 3x + 2y - 10 = 0$$

$$m \cap BC : \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 4x + 6y = 0 \\ -9x - 6y = -30 \\ \hline -5x = -30 \end{array} \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow y = -4 \Rightarrow M(6; -4) \text{ milieu de } BC \Rightarrow B(8; -7)$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 8+3 \\ -7-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow (AB) : 9x + 11y + c_3 = 0$$

$$A \in AB \Rightarrow -27 + 22 + c_3 = 0 \Rightarrow c_3 = 5 \Rightarrow (AB) : 9x + 11y + 5 = 0$$

3.1.26

$$(BC) : 4x + 3y + c_1 = 0 \quad B \in BC \Rightarrow 20 - 15 + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = -5$$

$$\Rightarrow (BC) : 4x + 3y - 5 = 0$$

$$b \cap BC : \begin{cases} 2x - y = -5 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} 6x - 3y = -15 \\ 4x + 3y = 5 \\ \hline 10x = -10 \end{matrix} \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow y = -2 + 5 = 3 \Rightarrow C(-1; 3)$$

$$\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 5+1 \\ -5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OB} - \frac{\overrightarrow{CB} \cdot \vec{n}}{\|\vec{n}\|^2} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} - \frac{20}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow H(-3; -1)$$

$$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{BH} = 2\overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -6-5 \\ -2+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow B'(-11; 3)$$

$$\overrightarrow{CB'} = \begin{pmatrix} -11+1 \\ 3-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (AC) : y + c_2 = 0$$

$$C \in AC \Rightarrow 3 + c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = -3 \Rightarrow (AC) : y - 3 = 0$$

$$AC \cap h : y = 3 \Rightarrow 3x - 12 + 27 = 0 \Rightarrow x = -5 \Rightarrow A(-5; 3)$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5+5 \\ -5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix} \Rightarrow (AB) : 4x + 5y + c_3 = 0$$

$$B \in AB \Rightarrow 20 - 25 + c_3 = 0 \Rightarrow c_3 = 5 \Rightarrow (AB) : 4x + 5y + 5 = 0$$

3.1.27

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 5y = -7 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 6x - 10y = -14 \\ -6x + 12y = -24 \\ \hline 2y = -38 \end{array} \Rightarrow y = -19$$

$$\Rightarrow x = \frac{-68}{2} = -34 \Rightarrow I(-34; -19) : \text{droites concourantes}$$

b) $m_1 = m_2 = \frac{1}{5}$ et ordonnées à l'origine identiques ($-\frac{9}{5}$) : droites confondues

$$\text{c) } \begin{cases} 7x + 8y = 2 \\ 4x - 3y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 21x + 24y = 6 \\ 32x - 24y = -32 \\ \hline 53x = -26 \end{array} \Rightarrow x = -\frac{26}{53}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-\frac{104}{53} + 4}{3} = \frac{\frac{108}{53}}{3} = \frac{36}{53} \Rightarrow I\left(-\frac{26}{53}; \frac{36}{53}\right) : \text{droites concourantes}$$

d) $m_1 = m_2 = 4$ et ordonnées à l'origine différentes ($18 \neq 25$) : droites parallèles

3.1.28

$$a \cap b : x = 3y - 1 \Rightarrow 6y - 2 + y = 3 \Rightarrow 7y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow x = \frac{15}{7} - 1 = \frac{8}{7} \Rightarrow I \left(\frac{8}{7}; \frac{5}{7} \right)$$

$$3 \cdot \frac{8}{7} + 5 \cdot \frac{5}{7} - 7 = \frac{49}{7} - 7 = 0 \Rightarrow I \in c$$

$$4 \cdot \frac{8}{7} - 5 \cdot \frac{5}{7} = \frac{7}{7} = 1 \Rightarrow I \in d$$

Comme les droites ont toutes des pentes différentes, elles se coupent au point I .

3.1.29

$$a) \frac{a-1}{3a-1} = \frac{2a-2}{2a-1} \Rightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 6a^2 - 8a + 2 \Rightarrow 4a^2 - 5a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (4a-1)(a-1) = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{4}, a_2 = 1$$

$$\frac{4a-4}{3a-1} = \frac{4a-7}{2a-1} \Rightarrow 8a^2 - 12a + 4 = 12a^2 - 25a + 7 \Rightarrow 4a^2 - 13a + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (4a-1)(a-3) = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{4}, a_2 = 3$$

Si $a = \frac{1}{4}$, les droites sont confondues.

b) Si $a = 1$, les droites sont parallèles.

$$c) \frac{a-1}{3a-1} \cdot \frac{2a-2}{2a-1} = -1 \Rightarrow 3a^2 - 4a + 2 = -6a^2 + 5a - 1 \Rightarrow 9a^2 - 9a + 3 = 0$$

$\Delta = 81 - 108 = -27 < 0 \Rightarrow$ pas de sol., les droites ne sont jamais perpendiculaires.