30.01.20

b) $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

① Signe de $x^2 - 1$:

x		-1		1	
x^2-1	$+$	0	$-$	0	$+$

$ED(f) =]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$

② Signe de $f(x)$: zéros : $x = -\sqrt{x^2-1}$ | $(\ )^2$ ⚠
$x^2 = x^2 - 1$
pas de zéro

x		-1		1	
$f(x)$	$-$		//////		$+$

$f(-1) = -1$
$f(1) = 1$

3) AV : aucune

4) AH/AO à gauche

$$\lim_{x \to -\infty} x + \sqrt{x^2-1} \underset{\text{"}-\infty+\infty\text{"}}{\overset{FI}{=}} \lim_{x \to -\infty} \frac{(x+\sqrt{x^2-1})(x-\sqrt{x^2-1})}{x-\sqrt{x^2-1}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-(x^2-1)}{x-\sqrt{x^2(1-\frac{1}{x^2})}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x-|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} =$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x+x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = 0 \quad \text{"}\frac{1}{\infty}\text{"}$$

$|x| = -x$
$x < 0$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{AHG } y = 0}$

Pas intersection entre l'AHG et la courbe

5) AH/AO à droite

$$\lim_{x\to+\infty} x+\sqrt{x^2-1} = +\infty + \infty = +\infty$$

pas d'AH à droite

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x+\sqrt{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}{x}$$

$$\underset{\substack{|x|=x\\ x>0}}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x}\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)}{\cancel{x}} = 2$$

$$h = \lim_{x\to+\infty} \left(f(x) - mx\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \left(x+\sqrt{x^2-1} - 2x\right) = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-1} - x\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)\left(\sqrt{x^2-1}+x\right)}{\sqrt{x^2-1}+x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1-x^2}{\sqrt{x^2-1}+x} \underset{\text{"}\frac{-1}{\infty}\text{"}}{=} 0$$

$$\boxed{\text{AOD} \quad y = 2x}$$

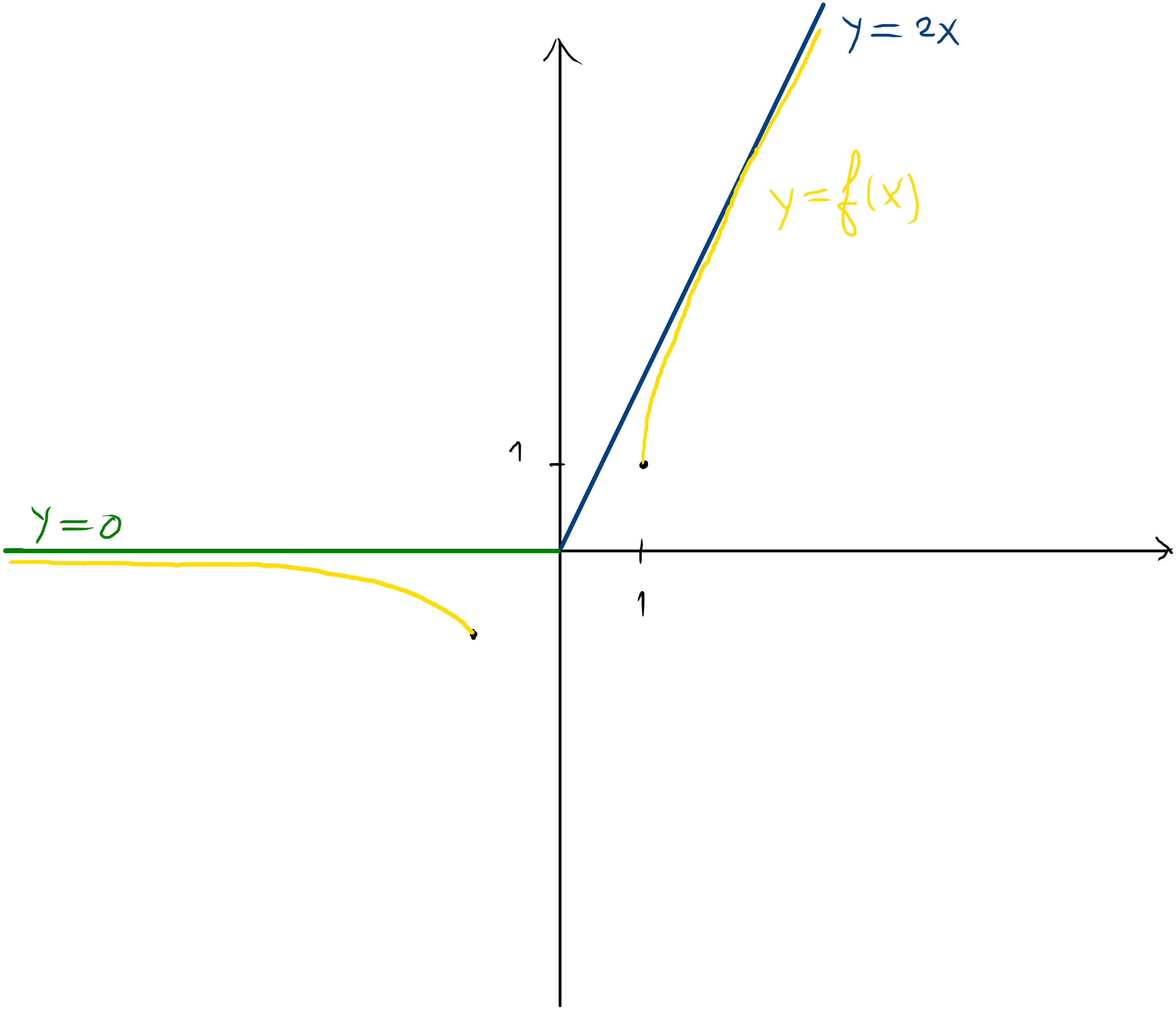
Intersection entre l'AOD et la courbe $y = 2x$

$$x+\sqrt{x^2-1} = 2x \quad \Big| \; -x$$

$$\sqrt{x^2-1} = x \quad \Big| \; (\;)^2 \quad ⚠$$

$$x^2-1 = x^2$$

aucune intersection


y = 2x
y = f(x)
y = 0
1
1