

Applications des Exp et Log

Modèles de croissance et de décroissance :

1) Modèles simples :

Définition 1 :

On dit qu'une quantité augmente de façon exponentielle, si elle augmente régulièrement d'un même pourcentage, sur un intervalle de temps fixé :

$$Q(t) = Q_0 (1 + i)^t$$

$$\text{où } Q_0 = Q(0)$$

$$i = \frac{p}{100}$$

p : % fixe

On dit qu'une quantité diminue de façon exponentielle, si elle diminue régulièrement d'un même pourcentage, sur un intervalle de temps fixé :

$$Q(t) = Q_0 (1 - i)^t$$

Définition 2 :

* Processus linéaire :

Le processus est dit linéaire s'il existe un nombre réel $m \neq 0$, tel que :

$$Q(t) = Q_0 + t \cdot m$$

si $\begin{cases} m > 0 & \text{croissance linéaire} \\ m < 0 & \text{décroissance linéaire} \end{cases}$

* Processus exponentiel :

Le processus est dit exponentiel s'il existe un nombre réel $a > 0$ tel que :

$$Q(t) = Q_0 \cdot a^t$$

si $a > 1 \rightarrow$ croissance exponentielle
si $a < 1 \rightarrow$ décroissance exponentielle

* Autre formule pour les processus exponentiels :

$$f(t) = f_0 a^{\frac{t}{K}}$$

où f_0 : quantité initiale

a : taux de croissance / décroissance

K : fréquence

2) Modèle exponentiel avec taux de croissance nominal :

$$f(t) = f_0 e^{\pm \alpha t}$$

où f_0 : valeur initiale

$\pm \alpha$: taux nominal de croissance ou
de décroissance