

Résoudre l'équation suivante par factorisation :

$$P(x) = x^5 + 4x^4 - 2x^3 - 19x^2 - 8x + 12$$

$$\Rightarrow P(x) = 0 \Rightarrow x^5 + 4x^4 - 2x^3 - 19x^2 - 8x + 12 = 0$$

→ Trouver les zéros :

$$P(-1) = (-1)^5 + 4(-1)^4 - 2(-1)^3 - 19(-1)^2 - 8(-1) + 12 \neq 0$$

$$P(1) = (1)^5 + 4(1)^4 - 2(1)^3 - 19(1)^2 - 8(1) + 12 \neq 0$$

$$P(2) = 2^5 + 4 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^3 - 19 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 0 \Rightarrow \text{OK}$$

$x = 2$  est un zéro

→ Horner :

	1	4	-2	-19	-8	12	
2		2	12	20	2	-12	
	1	6	10	1	-6	0	= reste

$$\Rightarrow P(x) = (x-2) \underbrace{(x^4 + 6x^3 + 10x^2 + x - 6)}_{P_1(x)}$$

$$P_1(-2) = (-2)^4 + 6(-2)^3 + 10(-2)^2 + (-2) - 6 = 0$$

$\Rightarrow x = -2$  est un zéro

→ Horner :

	1	6	10	1	-6	
-2		-2	-8	-4	6	
	1	4	2	-3	0	= reste

$$\Rightarrow P(x) = (x-2)(x+2) \underbrace{(x^3 + 4x^2 + 2x - 3)}_{P_2(x)}$$

$$P_2(-3) = (-3)^3 + 4(-3)^2 + 2(-3) - 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ est un zéro}$$

→ Horner :

	1	4	2	-3	
-3		-3	-3	3	
	1	1	-1	0	= reste

$$\Rightarrow P(x) = (x-2)(x+2)(x+3) \underbrace{(x^2 + x - 1)}_{= 0}$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} ; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Donc } P(x) = (x-2)(x+2)(x+3)\left(x - \left(-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right) = 0$$

$$\text{Donc } x_1 = -3, x_2 = -\frac{1-\sqrt{5}}{2}, x_3 = -2, x_4 = -\frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ et } x_5 = 2$$

$$S = \left\{ -3; -2; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}; -\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 2 \right\}$$