2.3.26 Résoudre les équations.

a) $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$

b) $x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8 = 0$

c) $35x^3 + 47x^2 + 13x + 1 = 0$

d) $x^3 + 5x^2 - 8x - 48 = 0$

a) $x = 2$ ⇒ Horner :

	1	2	-4	-5	-6
2		2	8	8	6
	1	4	4	3	0

⇒ $P(x) = (x-2)(x^3 + 4x^2 + 4x + 3)$

$x = -3$ ⇒ Horner :

	1	4	4	3
-3		-3	-3	-3
	1	1	1	0

⇒ $P(x) = (x-2)(x+3)(x^2 + x + 1) = 0$

$\Delta < 0$ pas factorisable

⇒ $(x-2)(x+3)(x^2 + x + 1) = 0$

⇒ $x = 2$, $x = -3$ ⇒ $S = \{-3 ; 2\}$

b) $x = 1$ ⇒ Horner :

	1	-7	18	-20	8
1		1	-6	12	-8
	1	-6	12	-8	0

⇒ $P(x) = (x-1)(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) = (x-1)(x-2)^3 = 0$

identité remarquable $(a-b)^3$

⇒ $x = 1$, $x = 2$ ⇒ $S = \{1 ; 2\}$

c) $x = -1$ ⇒ Horner :

	35	47	13	1
-1		-35	-12	-1
	35	12	1	0

⇒ $P(x) = (x+1)(35x^2 + 12x + 1) = 0$

$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 35 \cdot 1 = 2^2$

⇒ $x_1 = \frac{-12-2}{70} = \frac{-14}{70} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$

$x_2 = \frac{-12+2}{70} = \frac{-10}{70} = -\frac{1}{7}$

⇒ $P(x) = (x+1) \cdot 35 \left(x + \frac{1}{5}\right)\left(x + \frac{1}{7}\right) = 0$

$= (x+1) \cancel{35} \left(\frac{5x+1}{\cancel{5}}\right)\left(\frac{7x+1}{\cancel{7}}\right) = 0$

$\Rightarrow (x+1)(5x+1)(7x+1) = 0$ ⇒ $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{1}{5}$, $x_3 = -\frac{1}{7}$

$$S = \left\{-1 ; -\frac{1}{5} ; -\frac{1}{7}\right\}$$

d) $x = 3$ ⇒ Horner :

	1	5	-8	-48
3		3	24	48
	1	8	16	0

⇒ $P(x) = (x-3)(x^2 + 8x + 16) = 0$

⇒ $(x-3)(x+4)^2 = 0$ ⇒ $x = -4$, $x = 3$

⇒ $S = \{-4 ; 3\}$