Gymnase de Burier

Trigonométrie 1

Angles, arcs et sections circulaires

Corrigé

1 C

Duy Nhien Lam Binh
(Mai 2026)

Exercice 12.1

a) Déterminer la mesure en radians des angles suivants.

1) $90°$
2) $150°$
3) $30°$
4) $45°$
5) $120°$
6) $250°$

b) Déterminer la mesure en degrés des angles suivants (donnés en radians).

1) $\dfrac{3\pi}{4}$
2) $\dfrac{7\pi}{9}$
3) $\dfrac{\pi}{5}$
4) $\dfrac{\pi}{12}$
5) 2
6) $1{,}43$

a) 1) $90° = \dfrac{180°}{2} = \dfrac{\pi}{2}$ rad

2) $150° = 5 \cdot 30° = 5 \cdot \dfrac{180°}{6} = 5 \cdot \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6}$ rad

Variante :

Degrés	Radians
180	π
150	x

$x = \dfrac{150 \cdot \pi}{180} = \dfrac{5\pi}{6}$ rad

$150° = \dfrac{5\pi}{6}$ rad

3) $30° = \dfrac{180°}{6} = \dfrac{\pi}{6}$ rad

4) $45° = \dfrac{180°}{4} = \dfrac{\pi}{4}$ rad

5) $120° = \dfrac{360°}{3} = \dfrac{2\pi}{3}$ rad

6) $250° = 25 \cdot 10° = 25 \cdot \dfrac{180°}{18} = 25 \cdot \dfrac{\pi}{18} = \dfrac{25\pi}{18}$ rad

Variante :

Degrés	Radians
180	π
250	x

$x = \dfrac{250 \cdot \pi}{180} = \dfrac{25\pi}{18}$ rad

$250° = \dfrac{25\pi}{18}$ rad

b) 1) $\dfrac{3\pi}{4}$ rad $= \dfrac{3 \cdot 180°}{4} = 3 \cdot 45° = 135°$

Variante :

Degrés	Radians
180	π
x	$\dfrac{3\pi}{4}$

$$x = \frac{180 \cdot \frac{3\pi}{4}}{\pi} = \frac{180 \cdot 3}{4} = 135°$$

$\dfrac{3\pi}{4}$ rad $= 135°$

2) $\dfrac{7\pi}{9}$ rad $= \dfrac{7 \cdot 180°}{9} = 7 \cdot 20° = 140°$

Variante :

Degrés	Radians
180	π
x	$\dfrac{7\pi}{9}$

$$x = \frac{180 \cdot \frac{7\pi}{9}}{\pi} = \frac{180 \cdot 7}{9} = 140°$$

$\dfrac{7\pi}{9}$ rad $= 140°$

3) $\dfrac{\pi}{5}$ rad $= \dfrac{180°}{5} = 36°$

Variante :

Degrés	Radians
180	π
x	$\dfrac{\pi}{5}$

$$x = \frac{180 \cdot \frac{\pi}{5}}{\pi} = \frac{180}{5} = 36°$$

$\dfrac{\pi}{5}$ rad $= 36°$

4) $\dfrac{\pi}{12}$ rad $= \dfrac{180°}{12} = 15°$

Variante :

Degrés	Radians
180	π
x	$\dfrac{\pi}{12}$

$$x = \frac{180 \cdot \frac{\pi}{12}}{\pi} = \frac{180}{12} = 15\circ$$

$\dfrac{\pi}{12}$ rad $= 15°$

5) 2 rad = ? degrés

Degrés	Radians
180	π
x	2

$$x = \frac{2 \cdot 180}{\pi} = \frac{360}{\pi} \simeq 114{,}59°$$

2 rad $\simeq 114{,}59°$

6) 1,43 rad = ? degrés

Degrés	Radians
180	π
x	1,43

$$x = \frac{1{,}43 \cdot 180}{\pi} = \frac{257{,}4}{\pi} \simeq 81{,}93^\circ$$

1,43 rad $\simeq 81{,}93^\circ$

Exercice 12.2

a) Exprimer l'angle en degrés sous forme décimale en arrondissant au dix-millième de degré près.

1) $37°41'$ 2) $83°17'$ 3) $115°26'27''$ 4) $258°39'52''$

b) Exprimer l'angle en degrés, minutes et secondes, en arrondissant à la seconde près.

1) $63{,}169°$ 2) $12{,}864°$ 3) $310{,}6215°$ 4) $81{,}7138°$

a) 1) $37°41' = 37° + \dfrac{41}{60}^{\circ} \simeq 37{,}6833°$

Variante : $37°41' = 37 \cdot 60' + 41' = 2261' = \dfrac{2261}{60}^{\circ} \simeq 37{,}6833°$

2) $83°17' = 83° + \dfrac{17}{60}^{\circ} \simeq 83{,}2833°$

Variante : $83°17' = 83 \cdot 60' + 41' = 4997' = \dfrac{4997}{60}^{\circ} \simeq 83{,}2833°$

3) $115°26'27'' = 115° + \dfrac{26}{60}^{\circ} + \dfrac{27}{3600}^{\circ} \simeq 115{,}4408°$

Variante : $115°26'27'' = 115 \cdot 3600'' + 26 \cdot 60'' + 27'' = 415587'' = \dfrac{415587}{3600}^{\circ} \simeq 115{,}4408°$

4) $258°39'52'' = 258° + \dfrac{39}{60}^{\circ} + \dfrac{52}{3600}^{\circ} \simeq 258{,}6644°$

Variante : $258°39'52'' = 258 \cdot 3600'' + 39 \cdot 60'' + 52'' = 931192'' = \dfrac{931192}{3600}^{\circ} \simeq 258{,}6644°$

b) 1) $63{,}169° = 63° + 0{,}169°$

$$0{,}169° = 0{,}169 \cdot 60' = 10{,}14' = 10' + 0{,}14'$$

$$0{,}14' = 0{,}14 \cdot 60'' = 8{,}4'' \simeq 8''$$

$63{,}169° = 63°\,10'\,8''$

2) $12{,}864° = 12° + 0{,}864°$

$$0{,}864° = 0{,}864 \cdot 60' = 51{,}84' = 51' + 0{,}84'$$

$$0{,}84' = 0{,}84 \cdot 60'' = 50{,}4'' \simeq 50''$$

$12{,}864° = 12°\,51'\,50''$

3) $310{,}6215^\circ = 310^\circ + 0{,}6215^\circ$

$$0{,}6215^\circ = 0{,}6215 \cdot 60' = 37{,}29' = 37' + 0{,}29'$$

$$0{,}29' = 0{,}29 \cdot 60'' = 17{,}4'' \simeq 17''$$

$310{,}6215^\circ = 310^\circ\,37'\,17''$

4) $81{,}7138^\circ = 81^\circ + 0{,}7138^\circ$

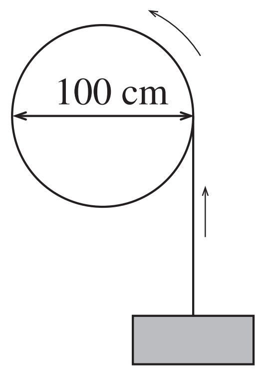
$$0{,}7138^\circ = 0{,}7138 \cdot 60' = 42{,}828' = 42' + 0{,}828'$$

$$0{,}828' = 0{,}828 \cdot 60'' = 49{,}68'' \simeq 50''$$

$81{,}7138^\circ = 81^\circ\,42'\,50''$

Exercice 12.3

Un grand treuil de 100 cm de diamètre est utilisé pour hisser un chargement comme le montre la figure ci-contre.



a) Trouver sur quelle distance (arrondie au mm près) le chargement est soulevé si le treuil tourne de 105°.

b) Trouver de quel angle (arrondi au dixième de degré près) il faut tourner le treuil pour soulever la charge de 50 cm.

a) Diamètre = 100 cm $\Rightarrow$ rayon = 50 cm.

Circonférence : $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 100\pi \simeq 314{,}16$ cm.

La longueur de l'arc est proportionnelle à l'angle de l'arc.

Angle (en degrés)	Longueur d'arc (en cm)
360	$2 \cdot \pi \cdot 50$
105	x

$$x = \frac{105 \cdot 100\pi}{360} = \frac{10500\pi}{360} \simeq 91{,}6 \text{ cm}$$

La charge est soulevée d'environ 91,6 cm.

Variante :

Si α est en degrés, $\boxed{l = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\,\pi\, r} \Rightarrow l = \frac{105}{360} \cdot 2\,\pi \cdot 50 \simeq 91{,}6$ cm.

b) Comme l'arc (50 cm) est égal au rayon (50 cm), l'angle est de 1 radian $= \frac{180°}{\pi} \simeq 57{,}3°$.

Variante :

Angle (en degrés)	Longueur d'arc (en cm)
360	$2 \cdot \pi \cdot 50$
x	50

$$x = \frac{360 \cdot 50}{100\pi} = \frac{180}{\pi} \simeq 57{,}3°.$$

Il faut tourner le treuil d'environ 57,3°.

Exercice 12.4

Un pneu de voiture mesure 70 cm de diamètre. À quelle vitesse (en tours par minute, au tour près) la roue tourne-t-elle sur son axe si l'automobile roule à 72 km/h ?

Diamètre = 70 cm $\Rightarrow$ rayon = 35 cm.

Circonférence : $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 35 = 70\pi \simeq 219{,}9$ cm $= 2{,}199$ m.

Vitesse de la voiture : 72 km/h = 72'000 m/h = 1'200 m/min.

Nombre de tours de roue par minute : $\dfrac{1'200}{2{,}199} \simeq 545{,}7 \simeq 546$ tours/min.

La vitesse de rotation de la roue est d'environ 546 tours/min.

Exercice 12.5

Le balancier d'une horloge de grand-père mesure 1,5 m de long. L'extrémité du balancier effectue un arc de longueur 40 cm lors d'une oscillation de gauche à droite.

Calculer l'angle (arrondi à 0,1° près) parcouru par le balancier lors d'une oscillation de gauche à droite.

Longueur de l'arc = 40 cm = 0,4 m.

Circonférence : $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 = 3\pi \simeq 9{,}42$ m.

Angle (en degrés)	Longueur d'arc (en m)
360	9,42
x	0,4

$$x = \frac{0{,}4 \cdot 360}{9{,}42} = \frac{144}{9{,}42} \simeq 15{,}3°$$

L'angle parcouru par le balancier est d'environ 15,3°.

Exercice 12.6

Un vendeur vend deux tailles de pizza par tranches. La première tranche est le $\frac{1}{6}$ d'une pizza ronde de 46 cm de diamètre et il la vend à 6 francs. La deuxième tranche est le $\frac{1}{8}$ d'une pizza ronde de 66 cm de diamètre et il la vend à 9 francs.

Quelle est la tranche qui fournit le plus de pizza pour 1 franc ?

Première pizza :

Diamètre = 46 cm $\Rightarrow$ rayon = 23 cm.

Aire de la pizza entière : $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 23^2 = 529\pi \simeq 1'661{,}90$ cm^2.

Prix de la pizza entière : $6 \cdot 6 = 36$ francs.

Aire de la pizza pour 1 franc : $\dfrac{1'661{,}90}{36} \simeq 46{,}16$ cm^2.

Deuxième pizza :

Diamètre = 66 cm $\Rightarrow$ rayon = 33 cm.

Aire de la pizza entière : $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 33^2 = 1'089\pi \simeq 3'421{,}19$ cm^2.

Prix de la pizza entière : $8 \cdot 9 = 72$ francs.

Aire de la pizza pour 1 franc : $\dfrac{3'421{,}19}{72} \simeq 47{,}52$ cm^2.

La deuxième pizza permet d'obtenir environ 1 cm^2 de plus de pizza pour un franc !

Il vaut mieux choisir la meilleure des deux !!!

Remarque :

Si on achetait pour 72 francs de pizza :

Soit, deux "petites" pizza à 36 francs : $2 \cdot 1'661{,}90 = 3'323{,}8$ cm^2.

Ou alors, une "grande" pizza à 72 francs : $3'421{,}19$ cm^2.

On y gagnerait environ 100 cm^2, soit un carré de pizza de 10 cm de côté !

À vous de choisir !

Exercice 12.7

Le cylindre droit qui tourne autour de son axe est un modèle simple du coeur d'une tornade. Si une tornade a un coeur de 60 m de diamètre et que la vitesse maximale du vent à la périphérie du coeur est de 290 km/h, calculer le nombre de tours (arrondi au tour près) que fait le coeur de la tornade chaque minute.

Diamètre = 60 m $\Rightarrow$ rayon = 30 m.

Circonférence : $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 30 = 60\pi \simeq 188{,}50$ m.

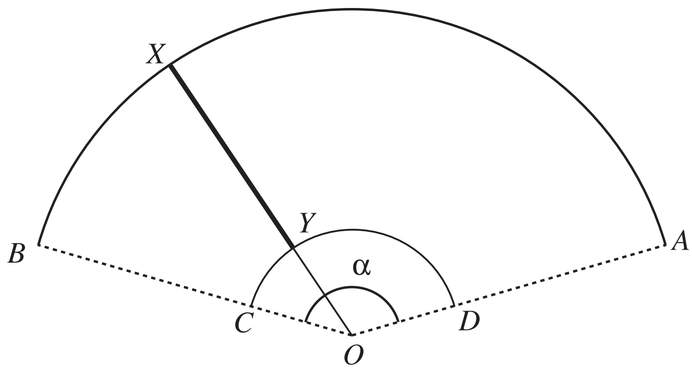
Vitesse du vent : 290 km/h = 290'000 m/h $\simeq$ 4'833,33 m/min.

Nombre de tours par minute : $\dfrac{4'833{,}33}{188{,}50} \simeq 25{,}6 \simeq 26$ tours/min.

La vitesse de rotation de la tornade est d'environ 26 tours/min.

Exercice 12.8

Un essuie-glace mesure 40 cm de long (de son point de rotation O à son extrémité X) et balaie sur une longueur de 30 cm (entre les points X et Y).



On suppose que l'angle d'oscillation mesure $\alpha = 140°$.

a) Calculer la longueur (en cm, arrondi au mm près) de l'arc parcouru par l'extrémité X du balai d'essuie-glace durant une oscillation de gauche à droite.

b) Calculer l'aire (en cm^2, arrondi au mm^2 près) de la surface $ABCD$ balayée par l'essuie-glace XY.

a) Longueur de l'arc :

$$\frac{140}{360} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 40 \simeq 97{,}7 \text{ cm.}$$

L'arc AB mesure environ 97,7 cm.

b) Aire balayée :

$$\frac{140}{360} \cdot \{\pi \cdot 40^2 - \pi \cdot 10^2\} = \frac{140}{360} \cdot \{1'600\pi - 100\pi\} = \frac{140}{360} \cdot 1'500\pi \simeq 1832{,}60 \text{ cm}^2.$$

L'aire balayée est d'environ 1832,60 cm^2.

Pour les exercices qui suivent, prendre, quand cela est nécessaire, un rayon terrestre de 6350 km.

Exercice 12.9

Deux points situés sur un même méridien terrestre ont des latitudes qui différent de 1,5°. Quelle est la distance (à 0,1 km près) à vol d'oiseau entre ces deux points ?

Circonférence de la Terre : $2 \cdot \pi \cdot 6350 \simeq 39'898$ km.

Angle (en degrés)	Longueur d'arc (en km)
360	39′898
1,5	x

$$x = \frac{1{,}5 \cdot 39'898}{360} \simeq 166{,}2 \text{ km.}$$

La distance entre ces 2 points est d'environ 166,2 km.

Exercice 12.10

Sion et Delémont se trouvent sur le même méridien terrestre. Leur distance à vol d'oiseau est de 120 km. Sachant que la latitude de Sion est de 46°15′ N, déterminer celle de Delémont (à la minute près).

Circonférence de la Terre : $2 \cdot \pi \cdot 6350 \simeq 39'898$ km.

Angle (en degrés)	Longueur d'arc (en km)
360	39′898
x	120

$$x = \frac{120 \cdot 360}{39'898} \simeq 1{,}08275° \simeq 1°4{,}965' \simeq 1°5'.$$

Latitude de Delémont : (Delémont est plus au Nord que Sion !)

$46°15' + 1°5' = 47°20'$.

La latitude de Delémont est de 47°20′.

Exercice 12.11

La distance à vol d'oiseau entre Lausanne et Genève est de 50 km. Quel est l'angle formé par la verticale à Lausanne avec la verticale à Genève ? Donner la réponse tout d'abord au centième de degré près, puis en degrés sexagésimaux, à la seconde près.

Circonférence de la Terre : $2 \cdot \pi \cdot 6350 \simeq 39'898$ km.

Angle (en degrés)	Longueur d'arc (en km)
360	39′898
x	50

$$x = \frac{50 \cdot 360}{39'898} \simeq 0{,}45° \simeq 27{,}07' \simeq 27'4''.$$

L'angle entre Lausanne et Genève est d'environ $0{,}45° \simeq 27'4''$.