

Gymnase de Burier

Systemes d'équations- Corrigé

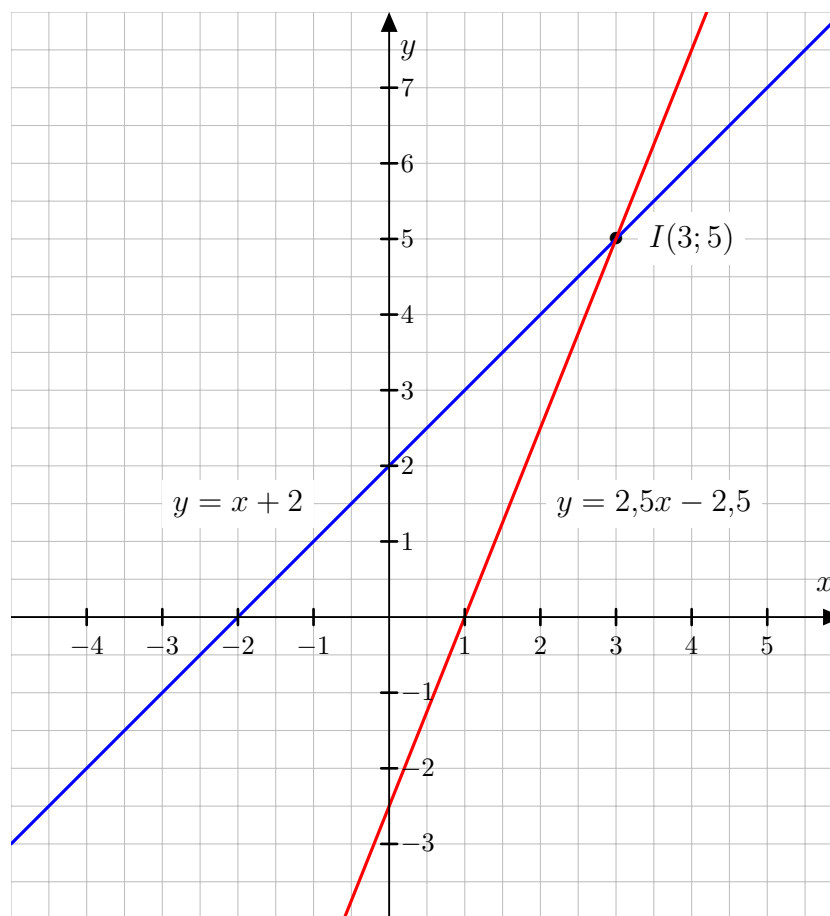
1 C

Duy Nhien Lam Binh
(Avril 2026)

Exercice 9.1

a) Méthode graphique :

- $x - y = -2 \Rightarrow x + 2 = y \Rightarrow y = x + 2 \Rightarrow m = 1, h = 2.$
- $5x - 2y = 5 \Rightarrow 5x - 5 = 2y \Rightarrow 2y = 5x - 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2} \Rightarrow m = \frac{5}{2}, h = -\frac{5}{2}.$



Méthode algébrique :

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = -2 \\ 5x - 2y = 5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot (-5) \\ \cdot 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -5x + 5y = 10 \\ 5x - 2y = 5 \end{array} \right. \\ 3y = 15 \\ y = 5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -2x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = 5 \end{array} \right. \\ 3x = 9 \\ x = 3$$

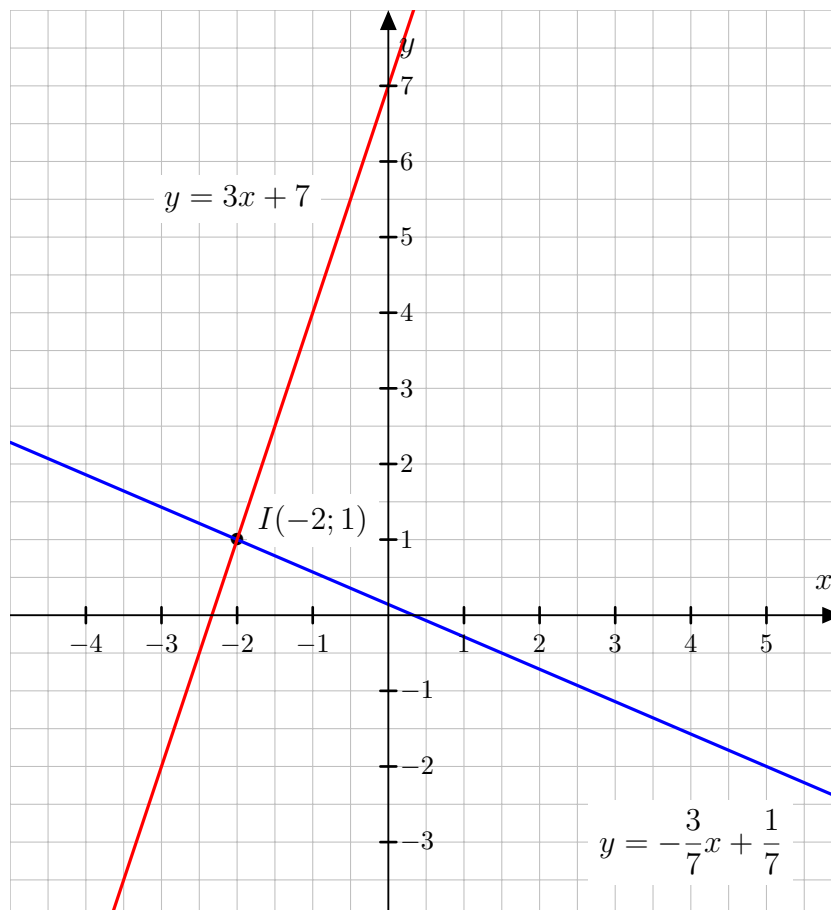
$$S = \{(3; 5)\}$$

b) Méthode graphique :

$$\bullet \quad 3x + 7y = 1 \Rightarrow 7y = -3x + 1 \Rightarrow y = -\frac{3}{7}x + \frac{1}{7} \Rightarrow m = -\frac{3}{7}, h = \frac{1}{7}.$$

On cherche un point à coordonnées entières sur cette droite : $(-2; 1)$ ou $(5; -2)$.

$$\bullet \quad y - 3x = 7 \Rightarrow y = 3x + 7 \Rightarrow m = 3, h = 7.$$



Méthode algébrique :

$$\begin{cases} 3x + 7y = 1 \\ y - 3x = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 7y = 1 & \cdot 1 & \cdot 1 \\ -3x + y = 7 & \cdot 1 & \cdot (-7) \end{cases}$$

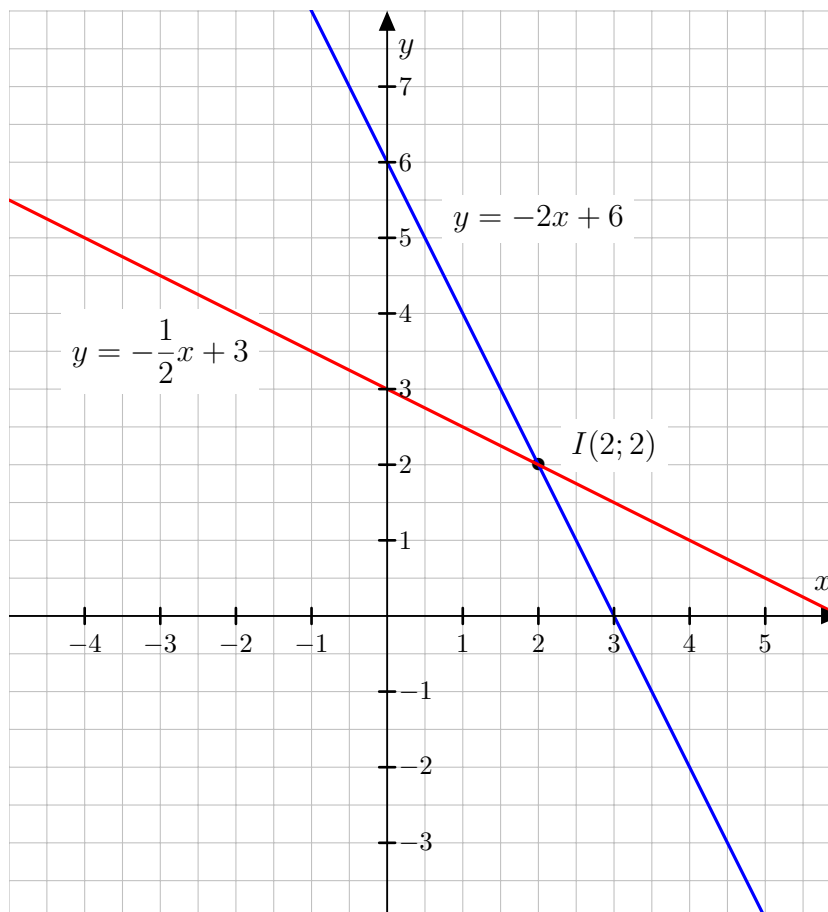
$$\begin{cases} 3x + 7y = 1 \\ -3x + y = 7 \\ 8y = 8 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 7y = 1 \\ 21x - 7y = -49 \\ 24x = -48 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$S = \{(-2; 1)\}$$

c) Méthode graphique :

- $2x = 6 - y \Rightarrow 2x - 6 = -y \Rightarrow y = -2x + 6 \Rightarrow m = -2, h = 6.$
- $x - 6 = -2y \Rightarrow 2y = -x + 6 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}, h = 3.$



Méthode algébrique :

$$\begin{cases} 2x = 6 - y \\ x - 6 = -2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 6 & \cdot 1 \\ x + 2y = 6 & \cdot (-2) \end{cases} \quad \begin{cases} \cdot (-2) \\ \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ -2x - 4y = -12 \\ -3y = -6 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - 2y = -12 \\ x + 2y = 6 \\ -3x = -6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$S = \{(2; 2)\}$$

Exercice 9.2

a)

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$3x + 2(\mathbf{2x} + \mathbf{1}) = 9$$

$$3x + 4x + 2 = 9$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

$$y = 2x + 1 \Rightarrow$$

$$y = 2 \cdot \mathbf{1} + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$S = \{(1; 3)\}$$

b)

$$\begin{cases} x + 3y = -5 & \Rightarrow x = -3y - 5 \\ 2x + 5y = -11 \end{cases}$$

$$2(\mathbf{-3y} - \mathbf{5}) + 5y = -11$$

$$-6y - 10 + 5y = -11$$

$$-y = -1$$

$$y = 1$$

$$x = -3y - 5 \Rightarrow$$

$$x = -3 \cdot \mathbf{1} - 5 = -3 - 5 = -8$$

$$S = \{(-8; 1)\}$$

c)

$$\begin{cases} 2x = 3y - 6 & \Rightarrow x = 1,5y - 3 \\ 4x - 5y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$4(\mathbf{1,5y} - \mathbf{3}) - 5y + 9 = 0$$

$$6y - 12 - 5y + 9 = 0$$

$$y = 3$$

$$x = 1,5y - 3 \Rightarrow$$

$$x = 1,5 \cdot \mathbf{3} - 3 = 4,5 - 3 = 1,5 = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{3}{2}; 3 \right) \right\}$$

d)

$$\begin{cases} x - y = 0 & \Rightarrow x = y \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

$$\mathbf{2y} + y = 6$$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

$$x = y \Rightarrow$$

$$x = 2$$

$$S = \{(2; 2)\}$$

e)

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

$$\mathbf{3x} - \mathbf{1} = 2x + 3$$

$$x = 4$$

$$y = 3x - 1 \Rightarrow$$

$$y = 3 \cdot \mathbf{4} - 1 = 12 - 1 = 11$$

$$S = \{(4; 11)\}$$

f)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x - 5y = 7 & \Rightarrow x = 2,5y + 3,5 \end{cases}$$

$$3(\mathbf{2,5y} + \mathbf{3,5}) - 2y = 5$$

$$7,5y + 10,5 - 2y = 5$$

$$5,5y = -5,5$$

$$y = -1 \Rightarrow$$

$$x = 2,5 \cdot (\mathbf{-1}) + 3,5 = -2,5 + 3,5 = 1$$

$$S = \{(1; -1)\}$$

Exercice 9.3

a)

$$\begin{cases} y = 2x + 1 & \Rightarrow 2x = y - 1 \Rightarrow 2x - y = -1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = -1 & \left| \cdot (-3) \right. & \left| \cdot 2 \right. \\ 3x + 2y = 9 & \left| \cdot 2 \right. & \left| \cdot 1 \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x + 3y = 3 \\ 6x + 4y = 18 \end{cases}$$

$$7y = 21$$

$$y = 3$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

$$S = \{(1; 3)\}$$

b)

$$\begin{cases} x + 3y = -5 & \left| \cdot (-2) \right. & \left| \cdot 5 \right. \\ 2x + 5y = -11 & \left| \cdot 1 \right. & \left| \cdot (-3) \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 6y = 10 \\ 2x + 5y = -11 \end{cases}$$

$$-y = -1$$

$$y = 1$$

$$\begin{cases} 5x + 15y = -25 \\ -6x - 15y = 33 \end{cases}$$

$$-x = 8$$

$$x = -8$$

$$S = \{(-8; 1)\}$$

c)

$$\begin{cases} 8x + 9y - 2 = 0 & \left| \cdot (-3) \right. & \left| \cdot 1 \right. \\ 3x - y - 27 = 0 & \left| \cdot 8 \right. & \left| \cdot 9 \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -24x - 27y + 6 = 0 \\ 24x - 8y - 216 = 0 \end{cases}$$

$$-35y - 210 = 0$$

$$-35y = 210$$

$$y = -6$$

$$\begin{cases} 8x + 9y - 2 = 0 \\ 27x - 9y - 243 = 0 \end{cases}$$

$$35x - 245 = 0$$

$$35x = 245$$

$$x = 7$$

$$S = \{(7; -6)\}$$

d)

$$\begin{cases} 7y + 27 = 5x & \Rightarrow 5x - 7y = 27 \\ 6y + 4x = 10 & \Rightarrow 4x + 6y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 7y = 27 & \left| \cdot (-4) \right. & \left| \cdot 6 \right. \\ 4x + 6y = 10 & \left| \cdot 5 \right. & \left| \cdot 7 \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -20x + 28y = -108 \\ 20x + 30y = 50 \end{cases} \qquad \begin{cases} 30x - 42y = 162 \\ 28x + 42y = 70 \end{cases}$$

$$58y = -58 \qquad 58x = 232$$

$$y = -1 \qquad x = 4$$

$$S = \{(4; -1)\}$$

e)

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ y - x = 1 & \Rightarrow -x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 & \left| \cdot 1 \right. & \left| \cdot 1 \right. \\ -x + y = 1 & \left| \cdot 5 \right. & \left| \cdot 2 \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ -5x + 5y = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$3y = 12 \qquad 3x = 9$$

$$y = 4 \qquad x = 3$$

$$S = \{(3; 4)\}$$

f)

$$\begin{cases} 20 + 4y = 7x & \Rightarrow 7x - 4y = 20 \\ 5x - 6y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 4y = 20 & \left| \cdot 5 \right. & \left| \cdot 6 \right. \\ 5x - 6y = 18 & \left| \cdot (-7) \right. & \left| \cdot (-4) \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 35x - 20y = 100 \\ -35x + 42y = -126 \end{cases} \qquad \begin{cases} 42x - 24y = 120 \\ -20x + 24y = -72 \end{cases}$$

$$22y = -26 \qquad 22x = 48$$

$$y = -\frac{26}{22} = -\frac{13}{11} = -1,\overline{18} \qquad x = \frac{48}{22} = \frac{24}{11} = 2,\overline{18}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{24}{11}; -\frac{13}{11} \right) \right\}$$

Exercice 9.4

a)

$$\begin{cases} 9(x - y) + 24x = 100 \\ 3(x - y) = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 9y + 24x = 100 \\ 3x - 3y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33x - 9y = 100 \\ 3x - 3y = 32 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-3) \end{array}$$

$$\begin{cases} 33x - 9y = 100 \\ -9x + 9y = -96 \end{cases}$$

$$24x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}}$$

Faisons une autre combinaison linéaire pour trouver y :

$$\begin{cases} 33x - 9y = 100 \\ 3x - 3y = 32 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-11) \end{array}$$

$$\begin{cases} 33x - 9y = 100 \\ -33x + 33y = -352 \end{cases}$$

$$24y = -252 \Rightarrow y = -\frac{252}{24} = -\frac{21}{2} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{21}{2} = -10,5}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{6}; -\frac{21}{2} \right) \right\}$$

b)

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{x-3}{3} - \frac{y+2}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(x-1)}{4} + \frac{y-2}{4} = \frac{4}{4} \\ \frac{2(x-3)}{6} - \frac{3(y+2)}{6} = \frac{-12}{6} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - 2 + y - 2 = 4 \\ 2x - 6 - 3y - 6 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-1) \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ -2x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$4y = 8 \Rightarrow$$

$$\boxed{y = 2}$$

$$2x + y = 8 \Rightarrow 2x + 2 = 8 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$S = \{(3; 2)\}$$

c)

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 6y - 3x = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 3 \\ -3x + 6y = -9 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \div (-3) \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 3 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

On obtient deux fois la même équation !

Graphiquement, il s'agit de deux droites confondues.

La solution de ce système est l'ensemble des points de la droite d'équation $x - 2y = 3$.

$$S = \left\{ (x; y) \mid x - 2y = 3 \right\} = \left\{ (x; y) \mid y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right\} = \left\{ (2k + 3; k) \mid k \in \mathbb{R} \right\}$$

d)

$$\begin{cases} \frac{x + 2y - 4}{4} = x - 1 \\ \frac{x + 1}{3} + \frac{y - 2}{2} = \frac{x}{4} + \frac{y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x + 2y - 4}{4} = \frac{4(x - 1)}{4} \\ \frac{4(x + 1)}{12} + \frac{6(y - 2)}{12} = \frac{3x}{12} + \frac{4y}{12} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + 2y - 4 = 4x - 4 \\ 4x + 4 + 6y - 12 = 3x + 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 & \cdot 1 \\ x + 2y = 8 & \cdot 1 \end{cases}$$

$$4x = 8 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$x + 2y = 8 \Rightarrow 2 + 2y = 8 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow \boxed{y = 3}$$

$$S = \{(2; 3)\}$$

e)

$$\begin{cases} y = x \\ 3x = 3y + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 0 & \cdot 3 \\ 3x - 3y = 7 & \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 3y = 0 \\ 3x - 3y = 7 \end{cases}$$

$$0 = 7 \Rightarrow \text{Impossible!}$$

Graphiquement, il s'agit de deux droites parallèles d'équations $y = x$ et $y = x - \frac{7}{3}$.

Les deux droites ont la même pente $m = 1$, elles ne se coupent donc jamais!

$$S = \emptyset$$

f)

$$\begin{cases} (x - 4)(y + 7) = (x - 3)(y + 4) \\ (x + 5)(y - 2) = (x + 2)(y - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + 7x - 4y - 28 = xy + 4x - 3y - 12 \\ xy - 2x + 5y - 10 = xy - x + 2y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - y = 16 & \cdot 1 \\ -x + 3y = 8 & \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 16 \\ -3x + 9y = 24 \end{cases}$$

$$8y = 40 \Rightarrow \boxed{y = 5}$$

$$3x - y = 16 \Rightarrow 3x - 5 = 16 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

$$S = \{(7; 5)\}$$

Exercice 9.5

a)

$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5} \\ 3x + \frac{y}{2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(x-1) = 3(y-2) \\ 6x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 5 = 3y - 6 \\ 6x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 6x + y = 8 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 18x + 3y = 24 \end{cases}$$

$$23x = 23 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$6x + y = 8 \Rightarrow 6 \cdot 1 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 6 \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

$$S = \{(1; 2)\}$$

b)

$$\begin{cases} \frac{3x-3}{5} + \frac{4y}{7} = 7 \\ \frac{5x}{6} + \frac{3y-5}{8} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7(3x-3)}{35} + \frac{5 \cdot 4y}{35} = \frac{7 \cdot 35}{35} \\ \frac{4 \cdot 5x}{24} + \frac{3(3y-5)}{24} = \frac{7 \cdot 24}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21x - 21 + 20y = 245 \\ 20x + 9y - 15 = 168 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 21x + 20y = 266 \\ 20x + 9y = 183 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 9 \\ \cdot (-20) \end{array}$$

$$\begin{cases} 189x + 180y = 2'394 \\ -400x - 180y = -3'660 \end{cases}$$

$$-211x = -1'266 \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

$$20x + 9y = 183 \Rightarrow 20 \cdot 6 + 9y = 183 \Rightarrow 120 + 9y = 183 \Rightarrow 9y = 63 \Rightarrow \boxed{y = 7}$$

$$S = \{(6; 7)\}$$

c)

$$\begin{cases} 7x - 5 = 6y + 3 \\ y + 7x = 7y + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 6y = 8 \\ 7x - 6y = 12 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} -7x + 6y = -8 \\ 7x - 6y = 12 \end{cases}$$

$$0 = 4 \Rightarrow \text{Impossible!}$$

Graphiquement, il s'agit de deux droites parallèles d'équations $y = \frac{7}{6}x - \frac{4}{3}$ et

$$y = \frac{7}{6}x - 2.$$

Les deux droites ont la même pente $m = \frac{7}{6}$, elles ne se coupent donc jamais!

$$S = \emptyset$$

d)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ (x + 3)(y + 1) = (x - 2)(y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ xy + x + 3y + 3 = xy + 2x - 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 & | \cdot 1 \\ -x + 5y = -7 & | \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -3x + 15y = -21 \end{cases}$$

$$17y = -17 \Rightarrow \boxed{y = -1}$$

$$3x + 2y = 4 \Rightarrow 3x + 2 \cdot (-1) = 4 \Rightarrow 3x - 2 = 4 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$S = \{(2; -1)\}$$

e)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 18(x - y) \\ 18x - 6y = 3x + 10y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 18x - 18y \\ 15x - 16y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -15x + 20y = 0 & | \cdot 1 \\ 15x - 16y = 2 & | \cdot 1 \end{cases}$$

$$4y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2} = 0,5}$$

$$15x - 16y = 2 \Rightarrow 15x - 16 \cdot 0,5 = 2 \Rightarrow 15x - 8 = 2 \Rightarrow 15x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{15} \Rightarrow$$

$$\boxed{x = \frac{2}{3} = 0,\bar{6}}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right) \right\}$$

f)

$$\begin{cases} \frac{x-2}{5} - \frac{10-x}{3} = \frac{y-10}{4} \\ \frac{x+13}{4} + \frac{2x+y}{8} = \frac{2y+4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12(x-2)}{60} - \frac{20(10-x)}{60} = \frac{15(y-10)}{60} \\ \frac{6(x+13)}{24} + \frac{3(2x+y)}{24} = \frac{8(2y+4)}{24} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 12x - 24 - 200 + 20x = 15y - 150 \\ 6x + 78 + 6x + 3y = 16y + 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 32x - 15y = 74 & | \cdot 3 \\ 12x - 13y = -46 & | \cdot (-8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 96x - 45y = 222 \\ -96x + 104y = 368 \end{cases}$$

$$59y = 590 \Rightarrow \boxed{y = 10}$$

$$12x - 13y = -46 \Rightarrow 12x - 13 \cdot 10 = -46 \Rightarrow 12x - 130 = -46 \Rightarrow 12x = 84 \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

$$S = \{(7; 10)\}$$

Exercice 9.6

Première méthode : avec un système de 2 équations à 2 inconnues.

x : nombre d'ouvriers de l'usine A

y : nombre d'ouvriers de l'usine B

$$\begin{cases} x = 2y \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 7 \cdot 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ 5x + 4y = 3'500 \end{cases}$$

Par substitution :

$$5 \cdot 2y + 4y = 3'500$$

$$10y + 4y = 3'500$$

$$14y = 3'500$$

$$\boxed{y = 250}$$

$$x = 2y \Rightarrow x = 2 \cdot 250 = 500 \Rightarrow \boxed{x = 500}$$

Il y a 500 ouvriers dans l'usine A et 250 ouvriers dans l'usine B .

Deuxième méthode : avec une seule inconnue.

x : nombre d'ouvriers de l'usine B

$2x$: nombre d'ouvriers de l'usine A

$$\frac{2x}{4} + \frac{x}{5} = 7 \cdot 25$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = 175$$

$$5x + 2x = 1'750$$

$$7x = 1'750$$

$$\boxed{x = 250}$$

$$\boxed{2x = 500}$$

Il y a 500 ouvriers dans l'usine A et 250 ouvriers dans l'usine B .

Exercice 9.7

Première méthode : avec un système de 2 équations à 2 inconnues.

x : longueur de la première étape [km]

y : longueur de la deuxième étape [km]

$$\begin{cases} x + y = 721 \\ y = x + 53 \end{cases}$$

Par substitution :

$$x + (x + 53) = 721$$

$$2x + 53 = 721$$

$$2x = 668$$

$$\boxed{x = 334}$$

$$y = x + 53 \Rightarrow y = 334 + 53 = 387 \Rightarrow \boxed{y = 387}$$

La première étape est longue de 334 km et la deuxième étape est longue de 387 km.

Deuxième méthode : avec une seule inconnue.

x : longueur de la première étape [km]

$x + 53$: longueur de la deuxième étape [km]

$$x + (x + 53) = 721$$

$$2x + 53 = 721$$

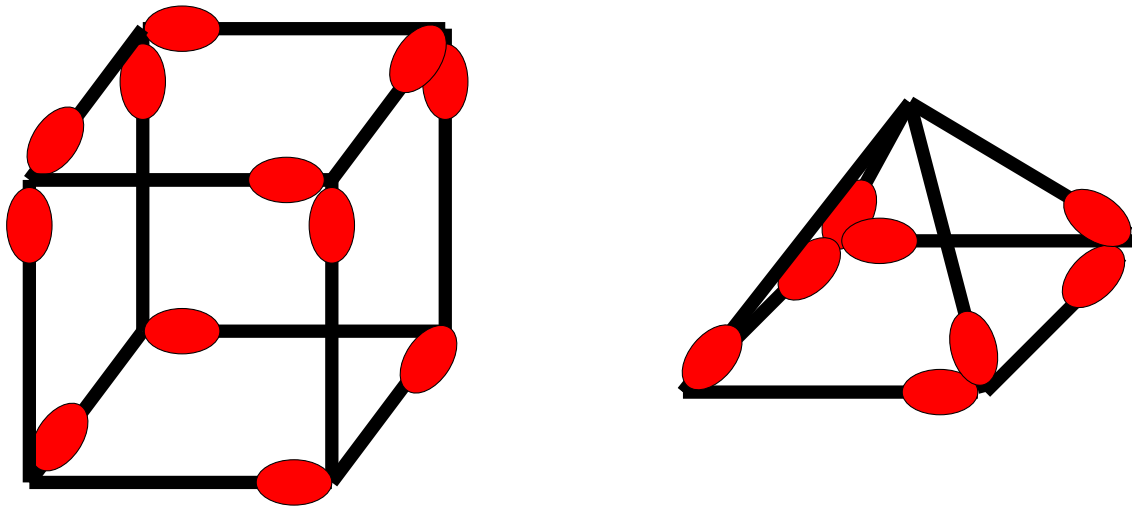
$$2x = 668$$

$$\boxed{x = 334}$$

$$x + 53 = 334 + 53 = 387$$

$$\boxed{x + 53 = 387}$$

La première étape est longue de 334 km et la deuxième étape est longue de 387 km.

Exercice 9.8

C : nombre de cubes (un cube possède 12 arêtes)

P : nombre de pyramides à base carrée (une pyramide à base carrée possède 8 arêtes)

$$\begin{cases} C + P = 11 & \Rightarrow P = 11 - C \\ 12C + 8P = 116 \end{cases}$$

Par substitution :

$$12C + 8(11 - C) = 116$$

$$12C + 88 - 8C = 116$$

$$4C = 28$$

$$\boxed{C = 7}$$

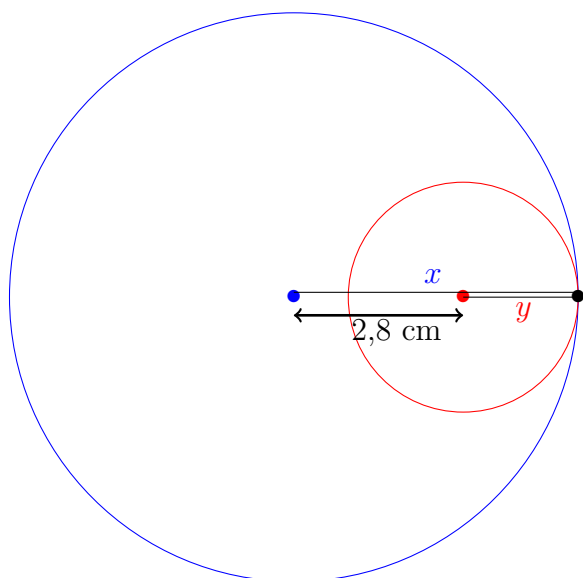
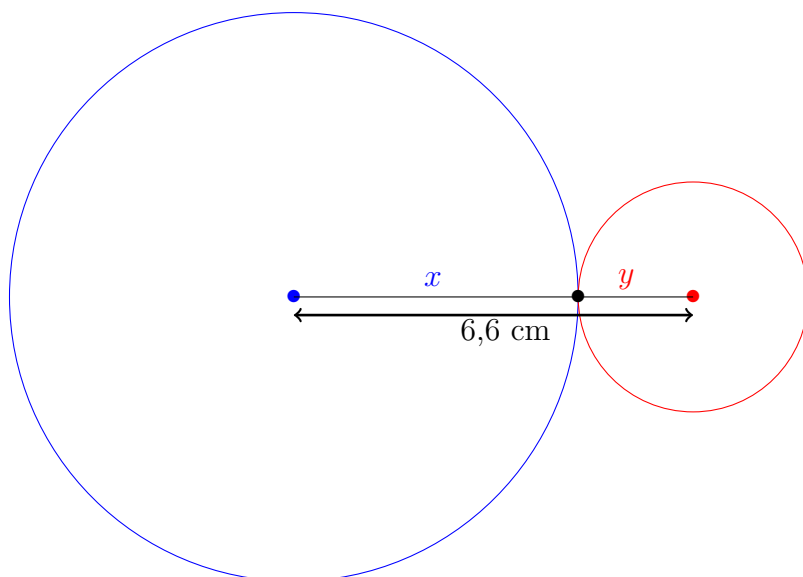
$$P = 11 - C \Rightarrow P = 11 - 7 = 4 \Rightarrow \boxed{P = 4}$$

Il y a 7 cubes et 4 pyramides.

Exercice 9.9

x : rayon du grand cercle [cm]

y : rayon du petit cercle [cm]



$$\begin{cases} x + y = 6,6 \\ x - y = 2,8 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$2x = 9,4 \Rightarrow \boxed{x = 4,7}$$

$$y = 6,6 - x \Rightarrow y = 6,6 - 4,7 = 1,9 \Rightarrow \boxed{y = 1,9}$$

Le grand cercle a un rayon de 4,7 cm et le petit cercle a un rayon de 1,9 cm.

Exercice 9.10

x : nombre de pièces de 48 kg

y : nombre de pièces de 36 kg

$$\begin{cases} x + y = 80 & \Rightarrow y = 80 - x \\ 48x + 36y = 3'036 \end{cases}$$

Par substitution :

$$48x + 36(80 - x) = 3'036$$

$$48x + 2'880 - 36x = 3'036$$

$$12x = 156$$

$$\boxed{x = 13}$$

$$y = 80 - x \Rightarrow y = 80 - 13 = 67 \Rightarrow \boxed{y = 67}$$

Il y a 13 pièces de 48 kg et 67 pièces de 36 kg.

Exercice 9.11

x : numérateur de la fraction cherchée

y : dénominateur de la fraction cherchée

$\frac{x}{y}$: fraction cherchée

$$\begin{cases} \frac{x+2}{y+3} = \frac{1}{2} \\ \frac{x-1}{y+1} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x+2) = 1(y+3) \\ 3(x-1) = 1(y+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+4 = y+3 \\ 3x-3 = y+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = -1 & \Rightarrow y = 2x + 1 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

Par substitution :

$$3x - (2x + 1) = -4$$

$$3x - 2x - 1 = -4$$

$$x - 1 = -4$$

$$\boxed{x = 5}$$

$$y = 2x + 1 \Rightarrow y = 10 + 1 = 11 \Rightarrow \boxed{y = 11}$$

La fraction cherchée est $\frac{5}{11}$.

Exercice 9.12

x : nombre de litres de vin à 6 francs

y : nombre de litres de vin à 9 francs

$$\begin{cases} x + y = 60 & \Rightarrow y = 60 - x \\ 6x + 9y = 8 \cdot 60 \end{cases}$$

Par substitution :

$$6x + 9(60 - x) = 480$$

$$6x + 540 - 9x = 480$$

$$-3x = -60$$

$$\boxed{x = 20}$$

$$y = 60 - x \Rightarrow y = 60 - 20 = 40 \Rightarrow \boxed{y = 40}$$

Il faut mélanger 20 litres à 6 francs et 40 litres à 9 francs.

Exercice 9.13

x : somme placée initialement à 3,5 %

y : somme placée initialement à 5 %

35 francs d'intérêts supplémentaires par mois \Rightarrow

$35 \cdot 12 = 420$ francs d'intérêts supplémentaires par année !

$$3,5\% = \frac{3,5}{100} = 0,035$$

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05 = 0,050$$

Intérêt initial annuel : $0,035x + 0,050y$

Nouvel intérêt annuel : $0,050x + 0,035y$

$$0,035x + 0,050y + 420 = 0,050x + 0,035y$$

$$-0,015x + 0,015y = -420 \quad | \cdot (-1)$$

$$0,015x - 0,015y = 420 \quad | \cdot 1'000$$

$$15x - 15y = 420'000 \quad | \div 15$$

$$x - y = 28'000$$

$$\begin{cases} x + y = 112'000 \\ x - y = 28'000 \end{cases} \Rightarrow y = 112'000 - x$$

Par substitution :

$$x - (112'000 - x) = 28'000$$

$$x - 112'000 + x = 28'000$$

$$2x = 140'000$$

$$\boxed{x = 70'000}$$

$$y = 112'000 - x \Rightarrow y = 112'000 - 70'000 = 42'000 \Rightarrow \boxed{y = 42'000}$$

La personne a placé initialement 70'000 francs à 3,5 % et 42'000 francs à 5 %.

Exercice 9.14

x : prix du kg d'Esquisito

y : prix du kg de Diavolo

Quantité totale de café : $24 + 32 = 56$ kg

$$\begin{cases} 24x + 32y = 56 \cdot 16 \\ 32x + 24y = 56 \cdot 15,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24x + 32y = 896 & | \div 8 \\ 32x + 24y = 868 & | \div 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 112 & | \cdot (-3) \\ 8x + 6y = 217 & | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x - 12y = -336 \\ 16x + 12y = 434 \end{cases}$$

$$7x = 98 \Rightarrow \boxed{x = 14}$$

$$3x + 4y = 112 \Rightarrow 3 \cdot 14 + 4y = 112 \Rightarrow 42 + 4y = 112 \Rightarrow 4y = 70 \Rightarrow \boxed{y = 17,5}$$

L'Esquisito est à 14 francs le kilo et le Diavolo à 17,5 francs le kilo.

Exercice 9.15

x : nombre de litres de lait pur

y : nombre de litres d'eau

Les 15 litres de lait coupé sont composés de x litres de lait pur et de y litres d'eau \Rightarrow
 $x + y = 15$

Masse (en kg) du lait pur : $1,03 \cdot x = 1,03x$

Masse (en kg) de l'eau : y

Masse totale (en kg) : $1,03x + y = 15,3$

$$\begin{cases} x + y = 15 & \Rightarrow y = 15 - x \\ 1,03x + y = 15,3 \end{cases}$$

Par substitution :

$$1,03x + (15 - x) = 15,3$$

$$0,03x = 0,3$$

$$\boxed{x = 10}$$

$$y = 15 - x \Rightarrow y = 15 - 10 = 5 \Rightarrow \boxed{y = 5}$$

Ce mélange contient 5 litres d'eau.

Exercice 9.16

x : nombre de lignes par page

y : nombre total de pages

xy : nombre total de lignes

$$\begin{cases} (x - 15)(y + 3) = xy \\ (x + 25)(y - 3) = xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + 3x - 15y - 45 = xy \\ xy - 3x + 25y - 75 = xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 15y = 45 & | \cdot 1 \\ -3x + 25y = 75 & | \cdot 1 \end{cases}$$

$$10y = 120 \Rightarrow \boxed{y = 12}$$

$$3x - 15y = 45 \Rightarrow 3x - 15 \cdot 12 = 45 \Rightarrow 3x - 180 = 45 \Rightarrow 3x = 225 \Rightarrow \boxed{x = 75}$$

La brochure est composée de 12 pages de 75 lignes.

Exercice 9.17

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y + 4z = 5 \\ 7x + 2y - 3z = 2 \\ 4x + 3y - z = 7 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \\ \cdot 4 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \\ \cdot (-3) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y + 4z = 5 \\ 16x + 12y - 4z = 28 \\ 19x + 7y = 33 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 7x + 2y - 3z = 2 \\ -12x - 9y + 3z = -21 \\ -5x - 7y = -19 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 19x + 7y = 33 \\ -5x - 7y = -19 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$14x = 14 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$19x + 7y = 33 \Rightarrow 19 \cdot 1 + 7y = 33 \Rightarrow 7y = 14 \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

$$4x + 3y - z = 7 \Rightarrow 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - z = 7 \Rightarrow 4 + 6 - z = 7 \Rightarrow z = 10 - 7 \Rightarrow \boxed{z = 3}$$

$$S = \{(1; 2; 3)\}$$

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y + z = 16 \\ 3x + 2y - z = 5 \\ 9x - y + 2z = 40 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \\ \\ \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \cdot 2 \\ \cdot 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y + z = 16 \\ 3x + 2y - z = 5 \\ 5x + y = 21 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 6x + 4y - 2z = 10 \\ 9x - y + 2z = 40 \\ 15x + 3y = 50 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x + y = 21 \\ 15x + 3y = 50 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot (-3) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -15x - 3y = -63 \\ 15x + 3y = 50 \end{array} \right.$$

$$0 = -13$$

$$S = \emptyset$$

c)

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = -3 \\ 3x + y - z = 7 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = -3 \\ 3x \quad + z = -2 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + 3z = -3 \\ 3x + y - z = 7 \\ 5x \quad + 2z = 4 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + z = -2 \\ 5x + 2z = 4 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -6x - 2z = 4 \\ 5x + 2z = 4 \end{array} \right.$$

$$-x = 8 \Rightarrow \boxed{x = -8}$$

$$5x + 2z = 4 \Rightarrow 5 \cdot (-8) + 2z = 4 \Rightarrow -40 + 2z = 4 \Rightarrow 2z = 44 \Rightarrow \boxed{z = 22}$$

$$x + y - 2z = 1 \Rightarrow -8 + y - 2 \cdot 22 = 1 \Rightarrow -8 + y - 44 = 1 \Rightarrow y - 52 = 1 \Rightarrow \boxed{y = 53}$$

$$S = \{(-8; 53; 22)\}$$

d)

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 27 \\ 5x + 6y - 3z = 70 \\ x - z = 8 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 27 \\ 5x + 6y - 3z = 70 \\ x - z = 8 \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \cdot 1 \\ \cdot (-3) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x + 6y - 3z = 70 \\ -3x \quad + 3z = -24 \\ 2x + 6y = 46 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 27 \\ 2x + 6y = 46 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot (-3) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -9x - 6y = -81 \\ 2x + 6y = 46 \end{array} \right.$$

$$-7x = -35 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

$$3x + 2y = 27 \Rightarrow 3 \cdot 5 + 2y = 27 \Rightarrow 15 + 2y = 27 \Rightarrow 2y = 12 \Rightarrow \boxed{y = 6}$$

$$x - z = 8 \Rightarrow 5 - z = 8 \Rightarrow z = 5 - 8 \Rightarrow \boxed{z = -3}$$

$$S = \{(5; 6; -3)\}$$

Exercice 9.18

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 4 \\ 2x + y = 5 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \cdot 1 \\ \Rightarrow 3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 + 2z = 5 \end{array} \Rightarrow \boxed{x = 1} \Rightarrow 1 + y = 4 \Rightarrow \boxed{y = 3} \Rightarrow 2z = 8 \Rightarrow \boxed{z = 4}$$

$$S = \{(1; 3; 4)\}$$

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + z = 23 \\ 5x + 2y + 4z = 46 \\ 10x + 5y + 4z = 75 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot (-4) \\ \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array} \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -12x - 8y - 4z = -92 \\ 5x + 2y + 4z = 46 \\ -7x - 6y = -46 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -5x - 2y - 4z = -46 \\ 10x + 5y + 4z = 75 \\ 5x + 3y = 29 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -7x - 6y = -46 \\ 5x + 3y = 29 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 2 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -7x - 6y = -46 \\ 10x + 6y = 58 \end{array} \right.$$

$$3x = 12 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$5x + 3y = 29 \Rightarrow 5 \cdot 4 + 3y = 29 \Rightarrow 20 + 3y = 29 \Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow \boxed{y = 3}$$

$$3x + 2y + z = 23 \Rightarrow 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + z = 23 \Rightarrow 12 + 6 + z = 23 \Rightarrow z = 23 - 18 \Rightarrow \boxed{z = 5}$$

$$S = \{(4; 3; 5)\}$$

c)

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 16 \\ y + z = 7 \\ x + z = 5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \\ \cdot (-1) \end{array} \Rightarrow -x + y = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 16 \\ -x + y = 2 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$2y = 18 \Rightarrow \boxed{y = 9}$$

$$x + y = 16 \Rightarrow x + 9 = 16 \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

$$x + z = 5 \Rightarrow 7 + z = 5 \Rightarrow \boxed{z = -2}$$

$$S = \{(7; 9; -2)\}$$

d)

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - z = -1 \\ 2x + y + z = 5 \\ 5x + 4y + 2z = 18 \end{array} \right. \begin{array}{l} | \cdot 1 \\ | \cdot 1 \\ | \cdot 1 \end{array} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \\ | \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - z = -1 \\ 2x + y + z = 5 \\ 3x + 2y = 4 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2y - 2z = -2 \\ 5x + 4y + 2z = 18 \\ 7x + 6y = 16 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 4 \\ 7x + 6y = 16 \end{array} \right. \begin{array}{l} | \cdot (-3) \\ | \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -9x - 6y = -12 \\ 7x + 6y = 16 \end{array} \right.$$

$$-2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$3x + 2y = 4 \Rightarrow 3 \cdot (-2) + 2y = 4 \Rightarrow -6 + 2y = 4 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow \boxed{y = 5}$$

$$2x + y + z = 5 \Rightarrow 2 \cdot (-2) + 5 + z = 5 \Rightarrow -4 + 5 + z = 5 \Rightarrow -4 + z = 0 \Rightarrow \boxed{z = 4}$$

$$S = \{(-2; 5; 4)\}$$

Exercice 9.19

x : population initiale de l'île A

y : population initiale de l'île B

z : population initiale de l'île C

Population totale des 3 îles : $x + y + z = 35'000$

Les pertes :

Perte de A vers B : $10\% \cdot x = 0,1x \Rightarrow$ Nouvelle population de A : $x - 0,1x = 0,9x$

Perte de B vers C : $20\% \cdot y = 0,2y \Rightarrow$ Nouvelle population de B : $y - 0,2y = 0,8y$

Perte de C vers A : $5\% \cdot z = 0,05z \Rightarrow$ Nouvelle population de C : $z - 0,05z = 0,95z$

Les gains :

Gain de A venant de C : $0,05z \Rightarrow$ Nouvelle population de A : $0,9x + 0,05z$

Gain de B venant de A : $0,1x \Rightarrow$ Nouvelle population de B : $0,8y + 0,1x$

Gain de C venant de B : $0,2y \Rightarrow$ Nouvelle population de C : $0,95z + 0,2y$

$$\begin{cases} x = 0,9x + 0,05z \\ y = 0,8y + 0,1x \\ z = 0,95z + 0,2y \\ x + y + z = 35'000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,1x - 0,05z = 0 & | \cdot 100 \\ 0,2y - 0,1x = 0 & | \cdot 100 \\ 0,05z - 0,2y = 0 & | \cdot 100 \\ x + y + z = 35'000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 5z = 0 & | \div 5 \\ 20y - 10x = 0 & | \div 10 \\ 5z - 20y = 0 & | \div 5 \\ x + y + z = 35'000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - z = 0 \\ 2y - x = 0 \\ z - 4y = 0 \\ x + y + z = 35'000 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x \quad - z = 0 \\ -x + 2y \quad = 0 \\ \quad -4y + z = 0 \\ x + y + z = 35'000 \end{array} \right. \begin{array}{l} | \cdot 1 \\ | \cdot 1 \\ | \cdot 1 \\ | \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x \quad - z = 0 \\ \quad -4y + z = 0 \\ 2x - 4y = 0 \quad | \div 2 \\ \quad x - 2y = 0 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} 2x \quad - z = 0 \\ x + y + z = 35'000 \\ 3x + y = 35'000 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x = 2y$$

Remarque : cette équation est équivalente à l'équation n° 2 : $-x + 2y = 0$ ci-dessus, qui n'a pas été utilisée ! Les 4 équations sont donc bien compatibles !

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 2y \\ 3x + y = 35'000 \end{array} \right.$$

Par substitution :

$$3 \cdot 2y + y = 35'000$$

$$7y = 35'000$$

$$\boxed{y = 5'000}$$

$$x = 2y \Rightarrow x = 2 \cdot 5'000 = 10'000 \Rightarrow \boxed{x = 10'000}$$

$$z = 2x \Rightarrow z = 2 \cdot 10'000 = 20'000 \Rightarrow \boxed{z = 20'000}$$

Remarque : on peut vérifier que $x + y + z = 35'000$ ✓

10'000 oiseaux se trouvent sur l'île A, 5'000 sur l'île B et 20'000 sur l'île C.

Exercice 9.20

Une société a trois machines, A , B et C , qui sont capables chacune de produire un certain article. Toutefois, à cause du manque d'opérateurs qualifiés, seules deux machines peuvent être utilisées simultanément. Le tableau ci-dessous indique la production en utilisant diverses combinaisons de machines :

Machines utilisées	Nb d'heures	Nb d'articles produits
A et B	6	4500
A et C	8	3600
B et C	7	4900

Combien de temps faudrait-il à chaque machine, si elle était utilisée seule, pour produire 1'000 articles ?

x : production horaire de la machine A

y : production horaire de la machine B

z : production horaire de la machine C

Production horaire des machines A et B ensemble : $\frac{4'500}{6} = 750$ articles

Production horaire des machines A et C ensemble : $\frac{3'600}{8} = 450$ articles

Production horaire des machines B et C ensemble : $\frac{4'900}{7} = 700$ articles

$$\begin{cases} x + y = 750 \\ x + z = 450 \\ y + z = 700 \end{cases}$$

Astuce !

Additionnons les 3 équations, on obtient : $2x + 2y + 2z = 1'900 \Rightarrow x + y + z = 950$

Comme $x + y = 750 \Rightarrow z = 950 - 750 = 200 \Rightarrow \boxed{z = 200}$

Comme $x + z = 450 \Rightarrow y = 950 - 450 = 500 \Rightarrow \boxed{y = 500}$

Comme $y + z = 700 \Rightarrow x = 950 - 700 = 250 \Rightarrow \boxed{x = 250}$

La production horaire de A étant de 250 articles, elle mettra :

$$\frac{1'000}{250} = 4 \text{ heures pour produire 1'000 articles.}$$

La production horaire de B étant de de 500 articles, elle mettra :

$$\frac{1'000}{500} = 2 \text{ heures pour produire 1'000 articles.}$$

La production horaire de C étant de 200 articles, elle mettra :

$$\frac{1'000}{200} = 5 \text{ heures pour produire } 1'000 \text{ articles.}$$

Ainsi, les machines A , B et C mettront respectivement 4 heures, 2 heures et 5 heures pour produire 1'000 articles.

Exercice 9.21

x : nombre de litres de la première solution (contenant 10 % d'acide)

y : nombre de litres de la deuxième solution (contenant 30 % d'acide)

z : nombre de litres de la troisième solution (contenant 50 % d'acide)

Quantité totale de mélange (en litres) : $x + y + z = 50$

Il doit utiliser deux fois plus de solution à 50 % que de solution à 30 % $\Rightarrow z = 2y$

Quantité d'acide dans la première solution : $10 \% \cdot x = 0,1x$

Quantité d'acide dans la deuxième solution : $30 \% \cdot y = 0,3y$

Quantité d'acide dans la troisième solution : $50 \% \cdot z = 0,5z$

Il faut que le 32 % du mélange soit de l'acide : $32 \% \cdot 50 = 0,32 \cdot 50 = 16$ litres d'acide \Rightarrow

$$0,1x + 0,3y + 0,5z = 16 \quad | \cdot 10$$

$$x + 3y + 5z = 160$$

$$\begin{cases} x + y + z = 50 \\ z = 2y \\ x + 3y + 5z = 160 \end{cases}$$

Substituons l'équation n° 2 dans les équations n° 1 et n° 3 :

$$\begin{cases} x + y + 2y = 50 \\ x + 3y + 5 \cdot 2y = 160 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 50 & | \cdot (-1) \\ x + 13y = 160 & | \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x - 3y = -50 \\ x + 13y = 160 \end{cases}$$

$$10y = 110 \Rightarrow \boxed{y = 11}$$

$$z = 2y \Rightarrow z = 2 \cdot 11 = 22 \Rightarrow \boxed{z = 22}$$

$$x + y + z = 50 \Rightarrow x = 50 - 11 - 22 = 50 - 33 = 17 \Rightarrow \boxed{x = 17}$$

Il doit utiliser 17 litres à 10 %, 11 litres à 30 % et 22 litres à 50 %.