

Gymnase de Burier

Fonctions affines - Corrigé

1 C

Duy Nhlen Lam Binh
(Mars 2026)

8.1 Fonctions affines

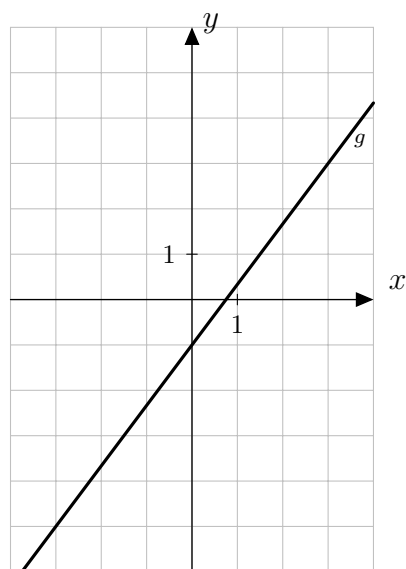
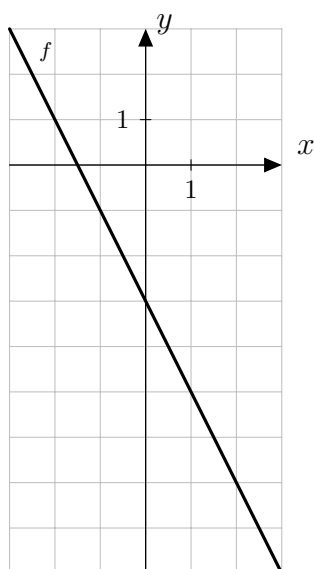
Exercice 8.1

a) Sur le graphique de gauche :

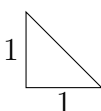
- Représenter les fonctions $a(x) = -x - 1$ et $b(x) = \frac{1}{2}x - 6$.
- Déterminer la fonction f représentée.

b) Sur le graphique de droite :

- Représenter les fonctions $c(x) = -\frac{3}{2}x + 1$ et $d(x) = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$.
- Déterminer la fonction g représentée.

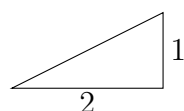


a) $a(x) = -x - 1$

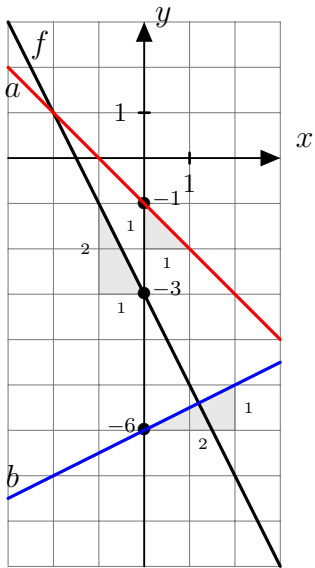
- Pente de a : $m = -1 = \frac{-1}{1}$ 

- Ordonnée à l'origine de a : $h = -1$

$b(x) = 0,5x - 6$

- Pente de b : $m = 0,5 = \frac{1}{2}$ 

- Ordonnée à l'origine de b : $h = -6$



Étude de f :

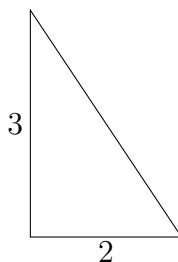
- Ordonnée à l'origine de f : -3

- Pente de f : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{2}{1} = -2$

Donc, $f(x) = -2x - 3$.

$$b) c(x) = -\frac{3}{2}x + 1$$

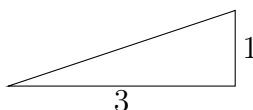
$$\text{- Pente de } c: m = -\frac{3}{2}$$



$$\text{- Ordonnée à l'origine de } c: h = +1$$

$$d(x) = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$$

$$\text{- Pente de } d: m = \frac{1}{3}$$



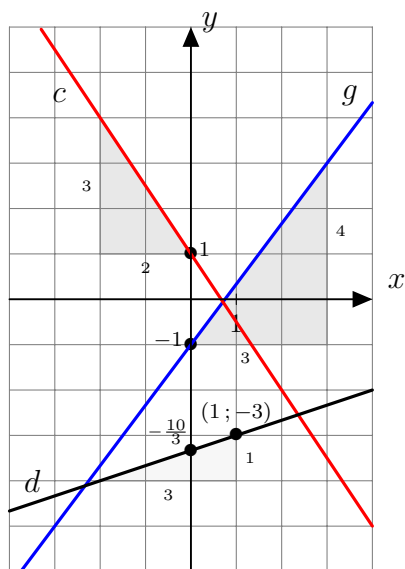
$$\text{- Ordonnée à l'origine de } d: h = -\frac{10}{3}$$

Afin d'éviter que le graphe de d soit imprécis, il faut trouver un point à coordonnées entières :

$$\text{Si } x = 1: d(1) = \frac{1}{3} \cdot 1 - \frac{10}{3} = \frac{1}{3} - \frac{10}{3} = -\frac{9}{3} = -3.$$

Donc, la droite d passe par le point $(1; -3)$.

C'est à partir de ce point qu'il faut tracer le triangle de pente.



Étude de g :

$$\text{- Ordonnée à l'origine de } g: -1$$

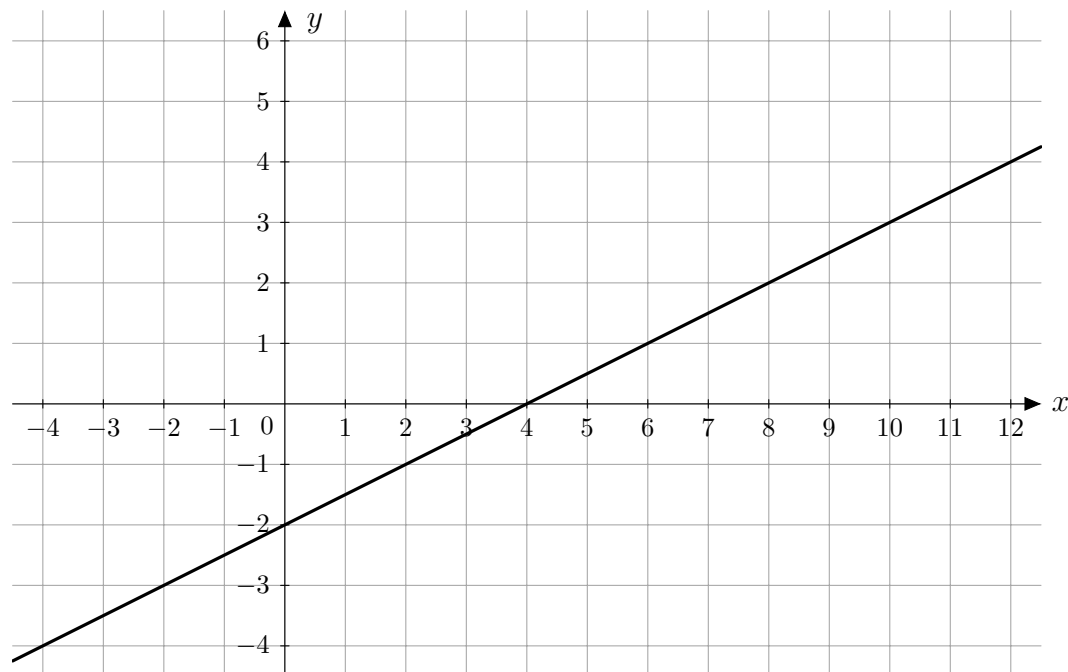
$$\text{- Pente de } g: m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Donc, } g(x) = \frac{4}{3}x - 1.$$

Exercice 8.2

Effectuer cet exercice en se basant uniquement sur le graphe.

Soit f la fonction dont le graphe est donné ci-dessous.



a) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

$$A(6; 1)$$

$$B(1; 6)$$

$$C(2; 8)$$

$$D(8; 2)$$

$$E(2; 1)$$

$$F(2; -1)$$

$$G(4; 0)$$

$$H(-2; -1)$$

$$I(0; -2)$$

b) Compléter les coordonnées sachant que les points appartiennent au graphe de f .

$$J(10; \dots\dots\dots)$$

$$K(-1; \dots\dots\dots)$$

$$L(0; \dots\dots\dots)$$

$$M(\dots\dots\dots; 0)$$

$$N(\dots\dots\dots; 4)$$

$$P(\dots\dots\dots; -4)$$

c) Donner les images.

$$f(10) = \dots\dots\dots$$

$$f(-1) = \dots\dots\dots$$

$$f(0) = \dots\dots\dots$$

$$f(-3) = \dots\dots\dots$$

$$f(3) = \dots\dots\dots$$

$$f(7) = \dots\dots\dots$$

d) Résoudre les équations.

$$f(x) = 0 \quad S = \{ \dots\dots \}$$

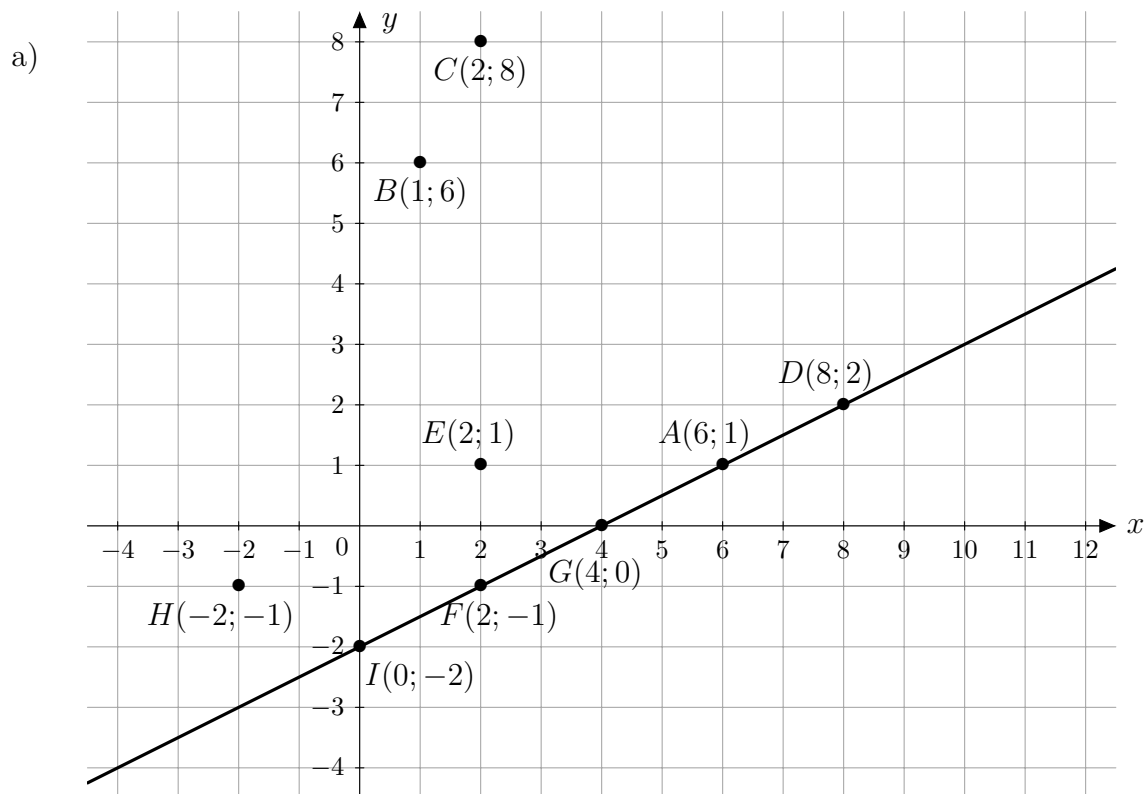
$$f(x) = \frac{5}{2} \quad S = \{ \dots\dots \}$$

$$f(x) = 3 \quad S = \{ \dots\dots \}$$

$$f(x) = 4 \quad S = \{ \dots\dots \}$$

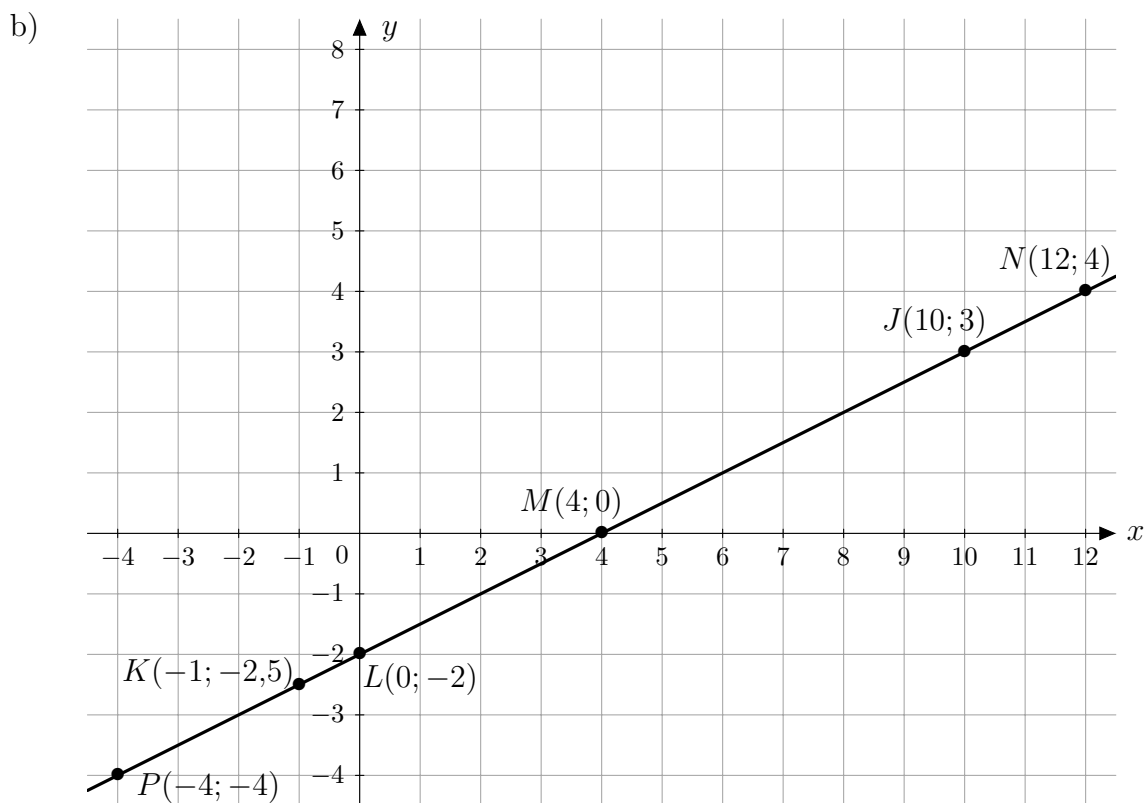
$$f(x) = -3 \quad S = \{ \dots\dots \}$$

$$f(x) = -2 \quad S = \{ \dots\dots \}$$



A, D, F, G et I appartiennent au graphe de f

B, C, E et H n'appartiennent pas au graphe de f



$J(10;3)$

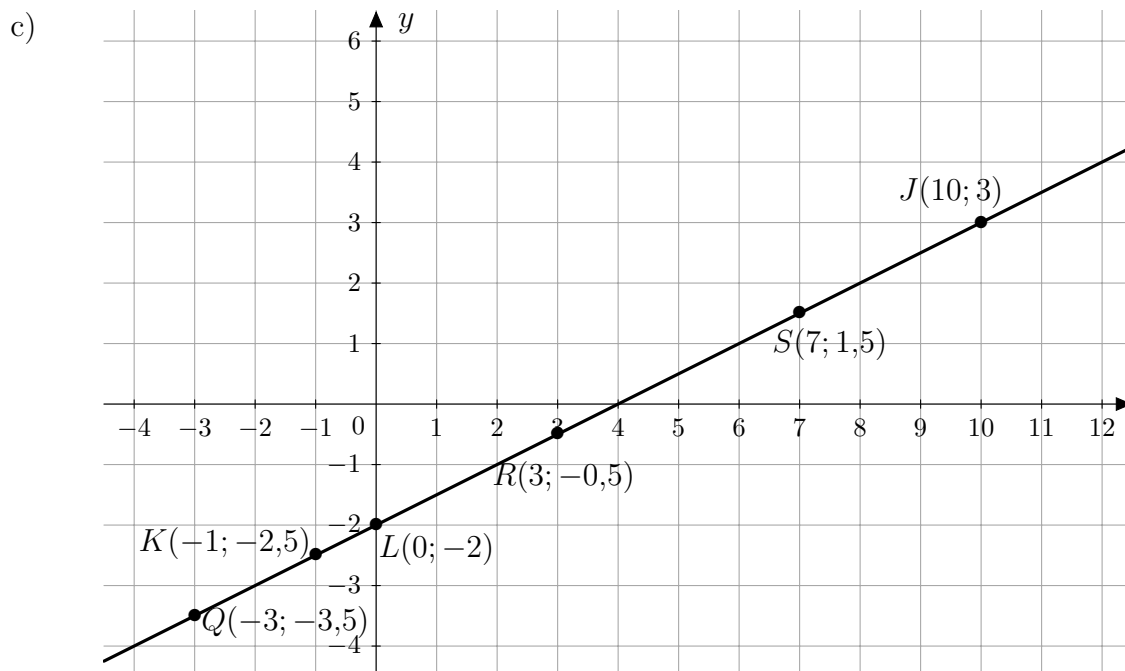
$K(-1;-2,5)$

$L(0;-2)$

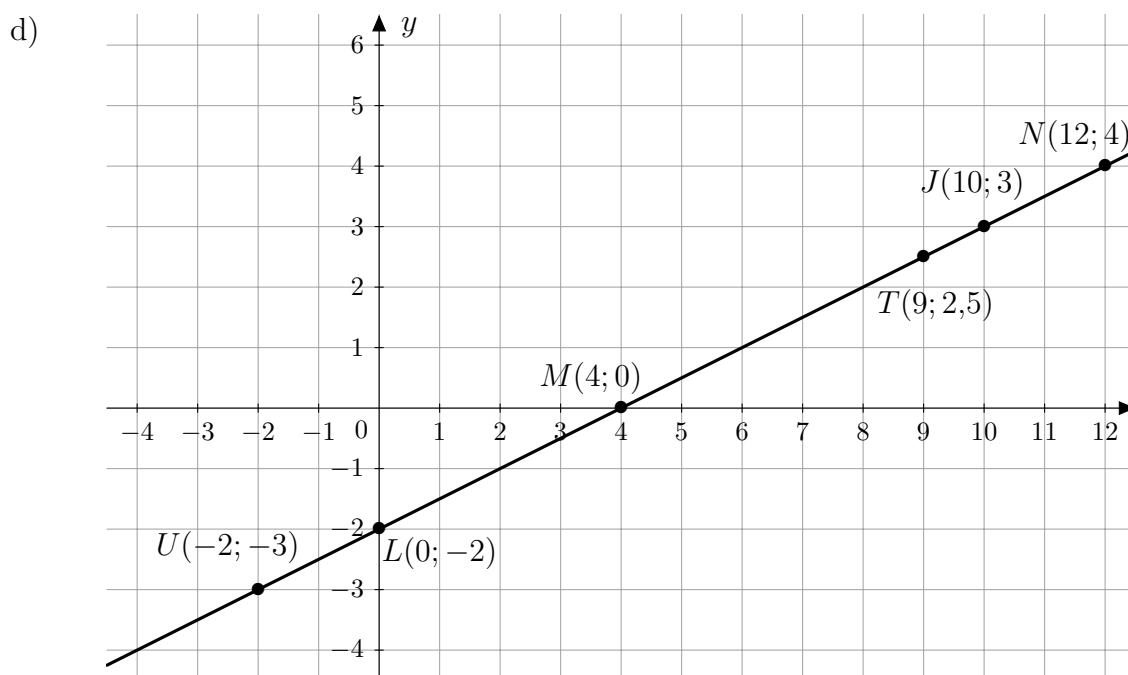
$M(4;0)$

$N(12;4)$

$P(-4;-4)$



$$\begin{array}{lll}
 f(10) = 3 \text{ car } J(10; 3) & f(-1) = -2,5 \text{ car } K(-1; -2,5) & f(0) = -2 \text{ car } L(0; -2) \\
 f(-3) = -3,5 \text{ car } Q(-3; -3,5) & f(3) = -0,5 \text{ car } R(3; -0,5) & f(7) = 1,5 \text{ car } S(7; 1,5)
 \end{array}$$



$$\begin{array}{lll}
 f(x) = 0 & S = \{4\} & \text{car } M(4; 0) & f(x) = \frac{5}{2} & S = \{9\} & \text{car } T(9; 2,5) \\
 f(x) = 3 & S = \{10\} & \text{car } J(10; 3) & f(x) = 4 & S = \{12\} & \text{car } N(12; 4) \\
 f(x) = -3 & S = \{-2\} & \text{car } U(-2; -3) & f(x) = -2 & S = \{0\} & \text{car } L(0; -2)
 \end{array}$$

Exercice 8.3

Effectuer l'exercice sans tracer le graphe.

Soit f la fonction donnée par $f(x) = 8x + 11$.

a) Calculer.

$$f(2) = \dots\dots\dots f(-1) = \dots\dots\dots$$

$$f(0) = \dots\dots\dots f(-3) = \dots\dots\dots$$

$$f(-2,2) = \dots\dots\dots f\left(\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

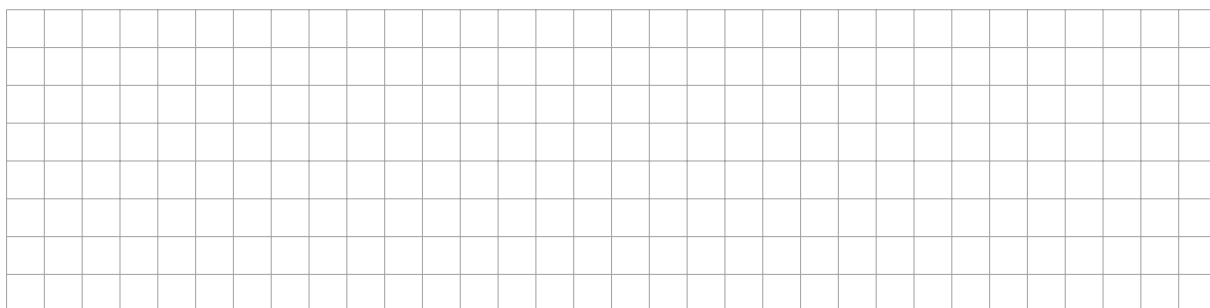
b) Résoudre les équations.

$$f(x) = 19$$

$$f(x) = -5$$

$$f(x) = 5$$

$$f(x) = -11$$



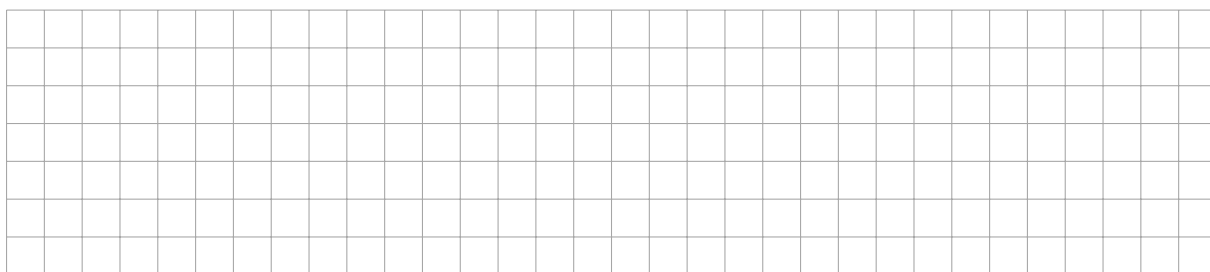
c) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ? (Justifier)

$$A(2; 13)$$

$$B(2; 27)$$

$$C(-1; 3)$$

$$D(1; -3)$$



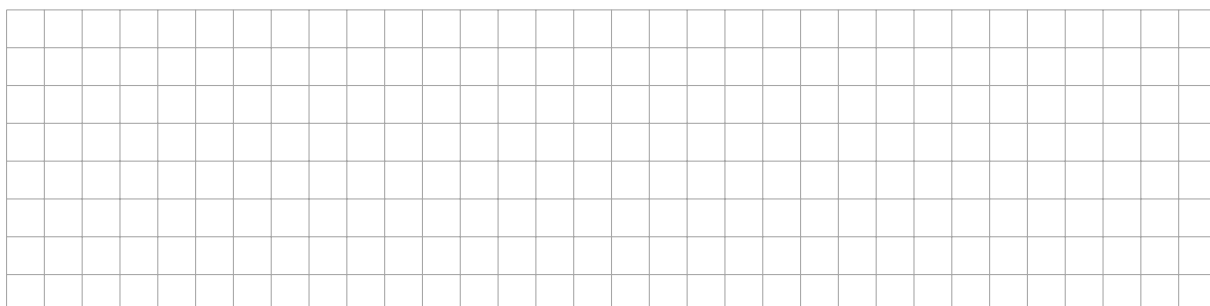
d) Compléter les coordonnées sachant que les points appartiennent au graphe de f .

$$I(0; \dots\dots\dots)$$

$$J(\dots\dots\dots; 0)$$

$$K\left(-\frac{7}{2}; \dots\dots\dots\right)$$

$$L\left(\frac{3}{5}; \dots\dots\dots\right)$$



a) $f(x) = 8x + 11 \Rightarrow$

$$f(2) = 8 \cdot 2 + 11 = 16 + 11 = 27$$

$$f(-1) = 8 \cdot (-1) + 11 = -8 + 11 = 3$$

$$f(0) = 8 \cdot 0 + 11 = 0 + 11 = 11$$

$$f(-3) = 8 \cdot (-3) + 11 = -24 + 11 = -13$$

$$f(-2,2) = 8 \cdot (-2,2) + 11 = -17,6 + 11 = -6,6 \quad f\left(\frac{2}{3}\right) = 8 \cdot \frac{2}{3} + 11 = \frac{16}{3} + \frac{33}{3} = \frac{49}{3} = 16,\bar{3}$$

b)

$$f(x) = 19 \Leftrightarrow 8x + 11 = 19 \Leftrightarrow 8x = 8 \Leftrightarrow x = 1 \Leftrightarrow S = \{1\}$$

$$f(x) = -5 \Leftrightarrow 8x + 11 = -5 \Leftrightarrow 8x = -16 \Leftrightarrow x = -2 \Leftrightarrow S = \{-2\}$$

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow 8x + 11 = 5 \Leftrightarrow 8x = -6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{8} \Leftrightarrow S = \left\{-\frac{3}{4}\right\} = \{-0,75\}$$

$$f(x) = -11 \Leftrightarrow 8x + 11 = -11 \Leftrightarrow 8x = -22 \Leftrightarrow x = -\frac{22}{8} \Leftrightarrow S = \left\{-\frac{11}{4}\right\} = \{-2,75\}$$

c)

$$A(2; 13) \quad f(2) = 8 \cdot 2 + 11 = 16 + 11 = 27 \neq 13 \Rightarrow \text{Non}$$

$$B(2; 27) \quad f(2) = 8 \cdot 2 + 11 = 16 + 11 = 27 \Rightarrow \text{OUI}$$

$$C(-1; 3) \quad f(-1) = 8 \cdot (-1) + 11 = -8 + 11 = 3 \Rightarrow \text{OUI}$$

$$D(1; -3) \quad f(1) = 8 \cdot 1 + 11 = 8 + 11 = 19 \neq -3 \Rightarrow \text{Non}$$

d)

$$I(0; \dots\dots\dots) \quad f(0) = 8 \cdot 0 + 11 = 0 + 11 = 11 \Rightarrow I(0; 11)$$

$$J(\dots\dots\dots; 0)$$

$$8x + 11 = 0 \Leftrightarrow 8x = -11 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{8} \Rightarrow J(-1,375; 0) = J\left(-\frac{11}{8}; 0\right)$$

$$K\left(-\frac{7}{2}; \dots\dots\dots\right)$$

$$f\left(-\frac{7}{2}\right) = 8 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) + 11 = -28 + 11 = -17 \Rightarrow K\left(-\frac{7}{2}; -17\right)$$

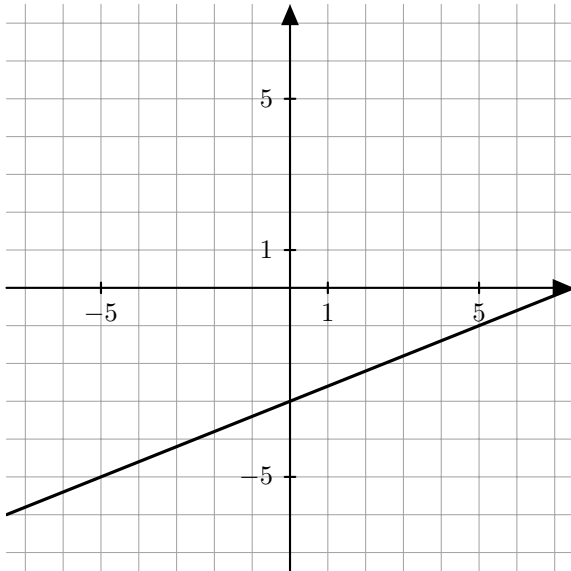
$$L\left(\frac{3}{5}; \dots\dots\dots\right)$$

$$f\left(\frac{3}{5}\right) = 8 \cdot \frac{3}{5} + 11 = \frac{24}{5} + \frac{55}{5} = \frac{79}{5} \Rightarrow L\left(\frac{3}{5}; 15,8\right) = L\left(\frac{3}{5}; \frac{79}{5}\right)$$

Exercice 8.4

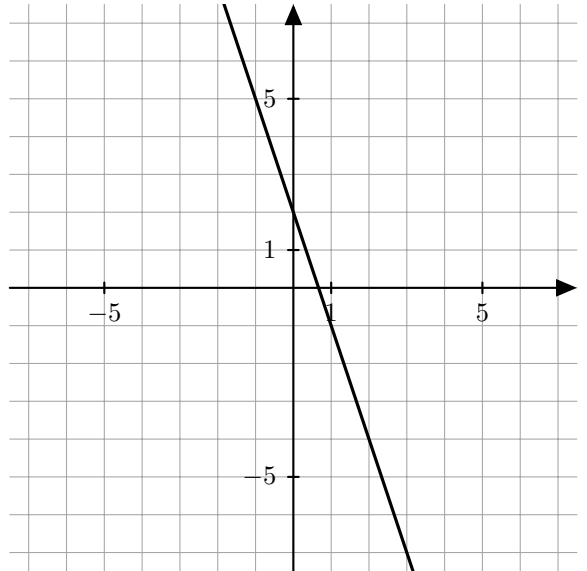
Déterminer les fonctions associées à chacune des droites suivantes.

a)



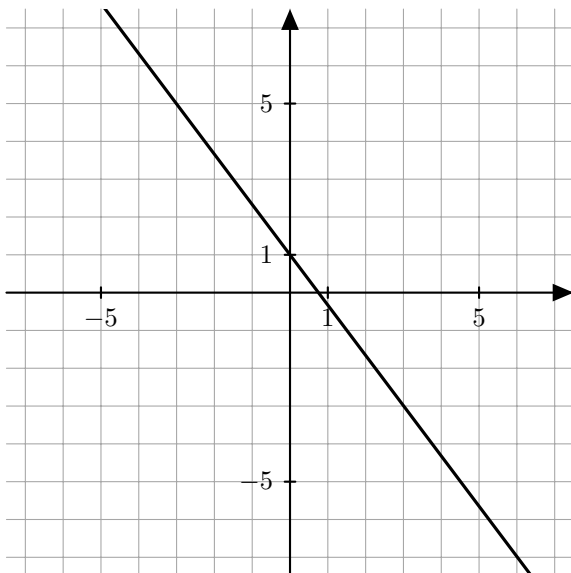
$f(x) =$

b)



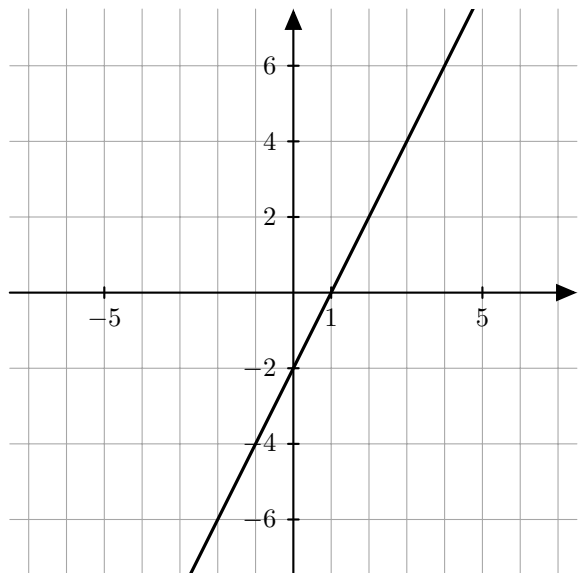
$f(x) =$

c)



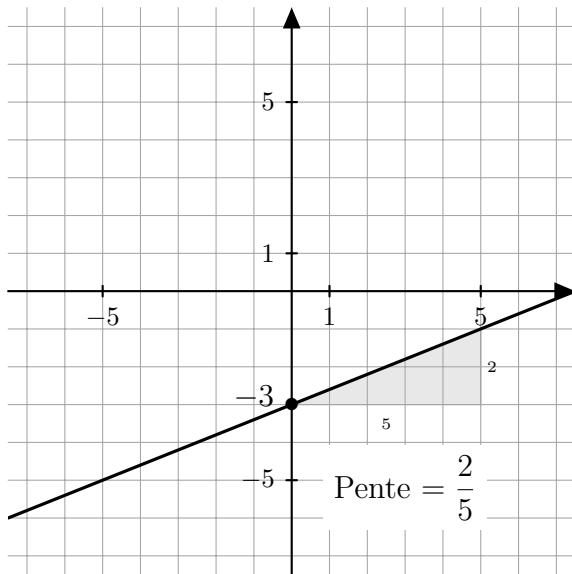
$f(x) =$

d)



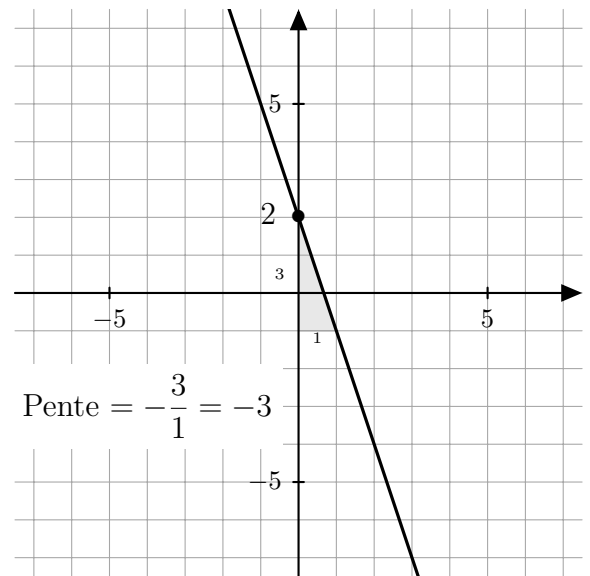
$f(x) =$

a)



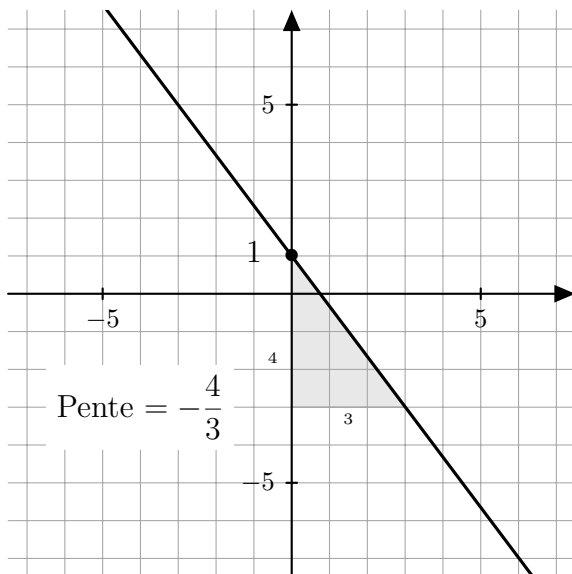
$$f(x) = \frac{2}{5}x - 3$$

b)



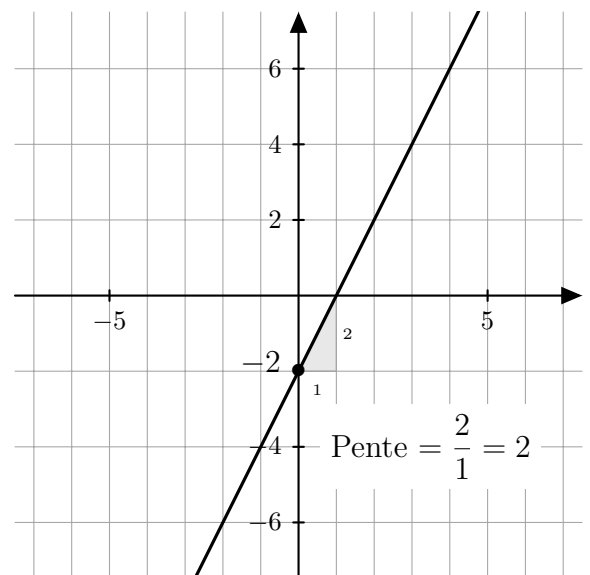
$$f(x) = -3x + 2$$

c)



$$f(x) = -\frac{4}{3}x + 1$$

d)



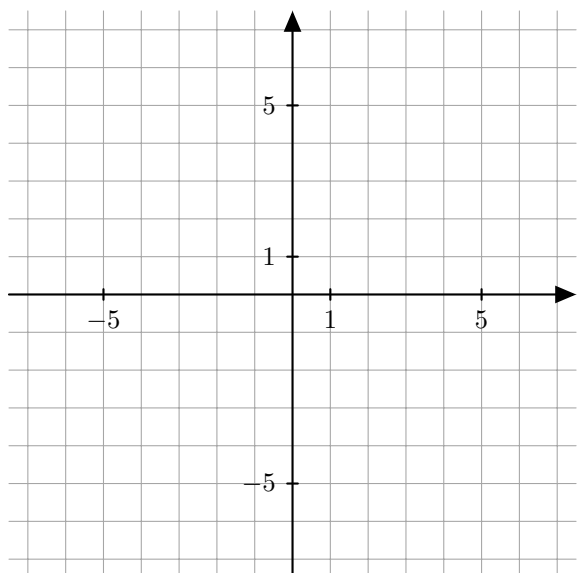
$$f(x) = 2x - 2$$

Exercice 8.5

Dessiner les fonctions suivantes sans utiliser de tableau de valeurs.

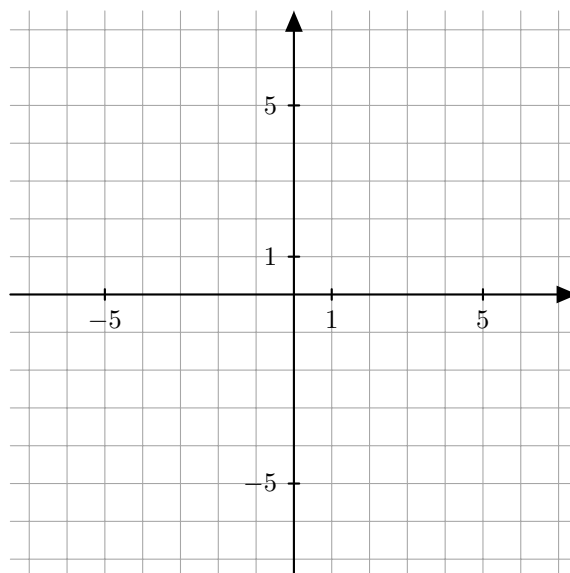
a)

$$f(x) = 2x - 3$$



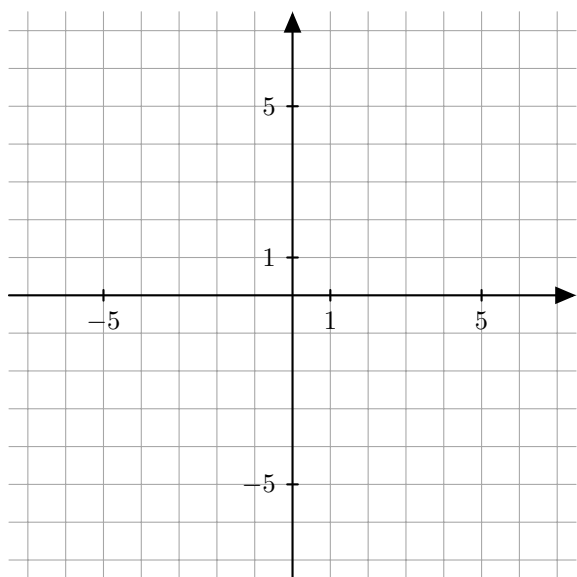
b)

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + 2$$



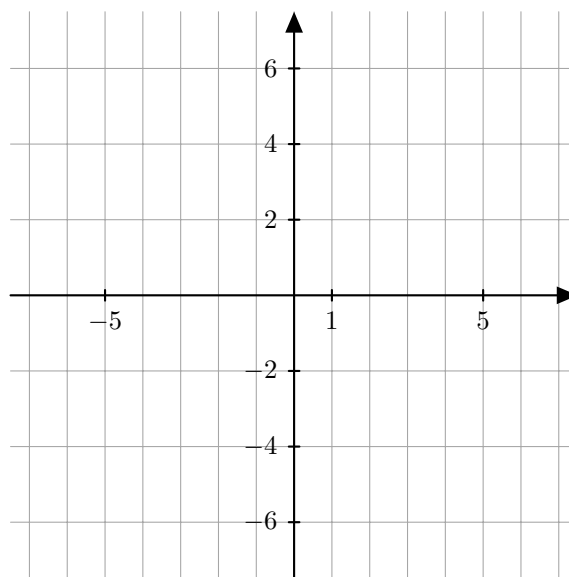
c)

$$f(x) = -x - 1$$



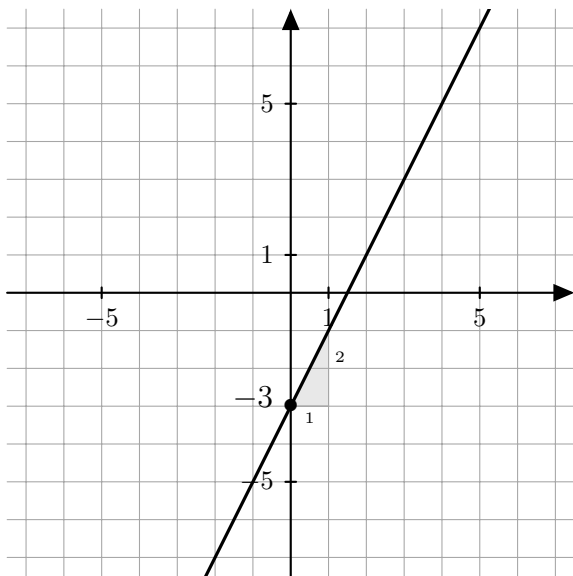
d)

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$



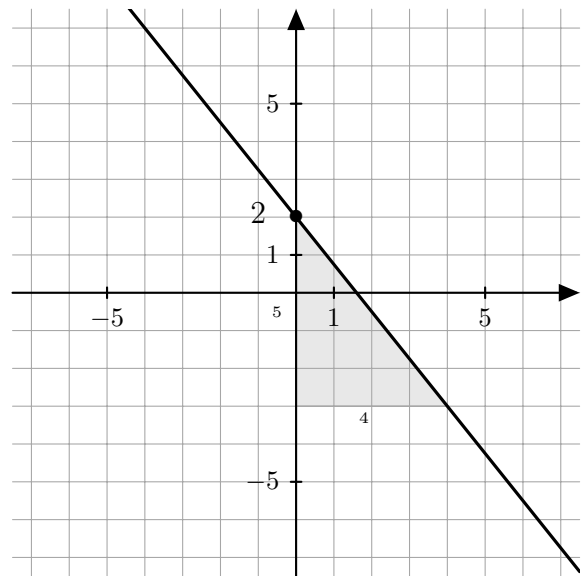
a)

$$f(x) = 2x - 3$$



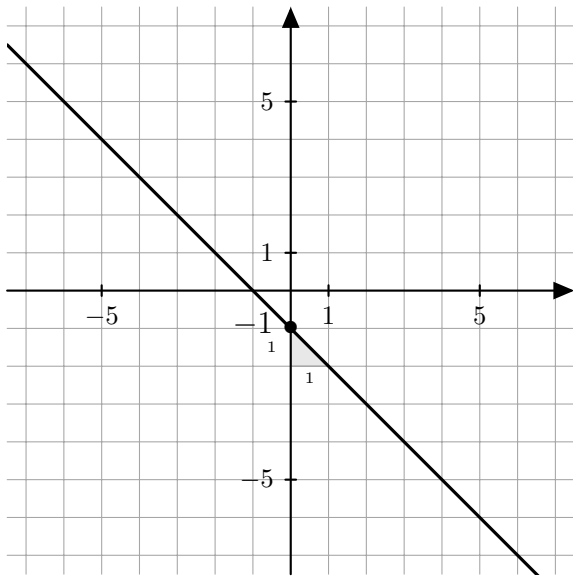
b)

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + 2$$



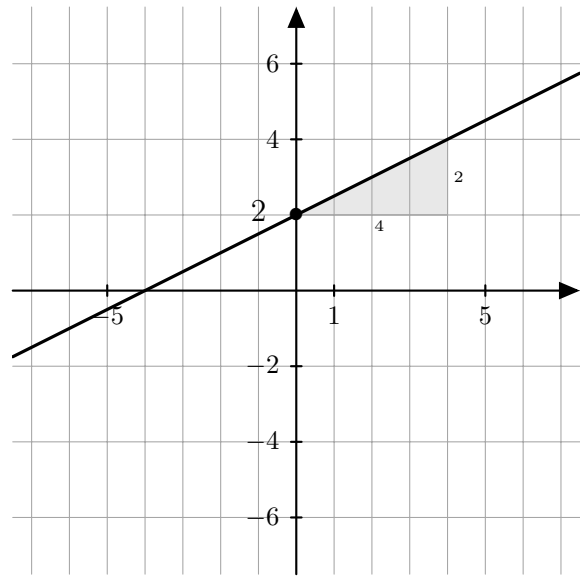
c)

$$f(x) = -x - 1$$



d)

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$



Exercice 8.6

Sans faire de calcul, tracer le graphe de ces fonctions affines.

a) $f(x) = 3x + 2$

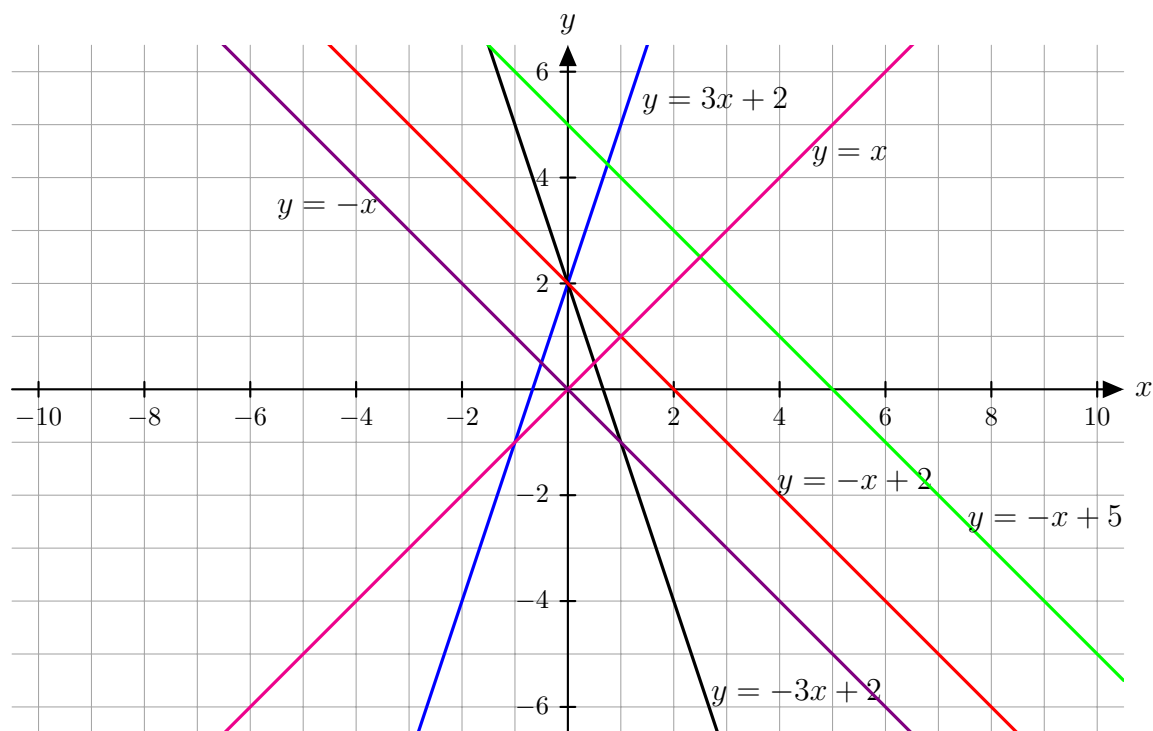
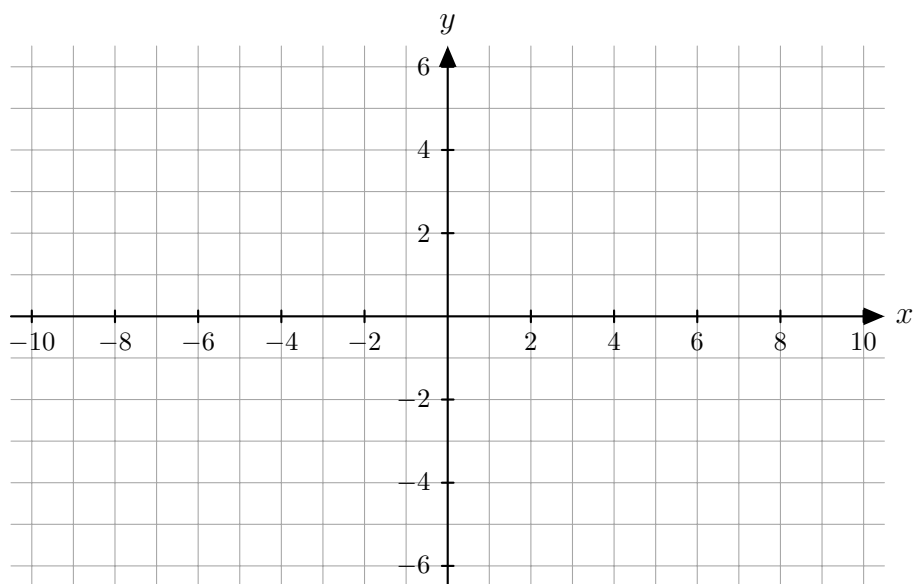
c) $f(x) = -x + 2$

e) $f(x) = x$

b) $f(x) = -3x + 2$

d) $f(x) = -x + 5$

f) $f(x) = -x$



Exercice 8.7

Sans faire de calcul, tracer le graphe de ces fonctions affines.

a) $f(x) = \frac{2}{3}x - 4$

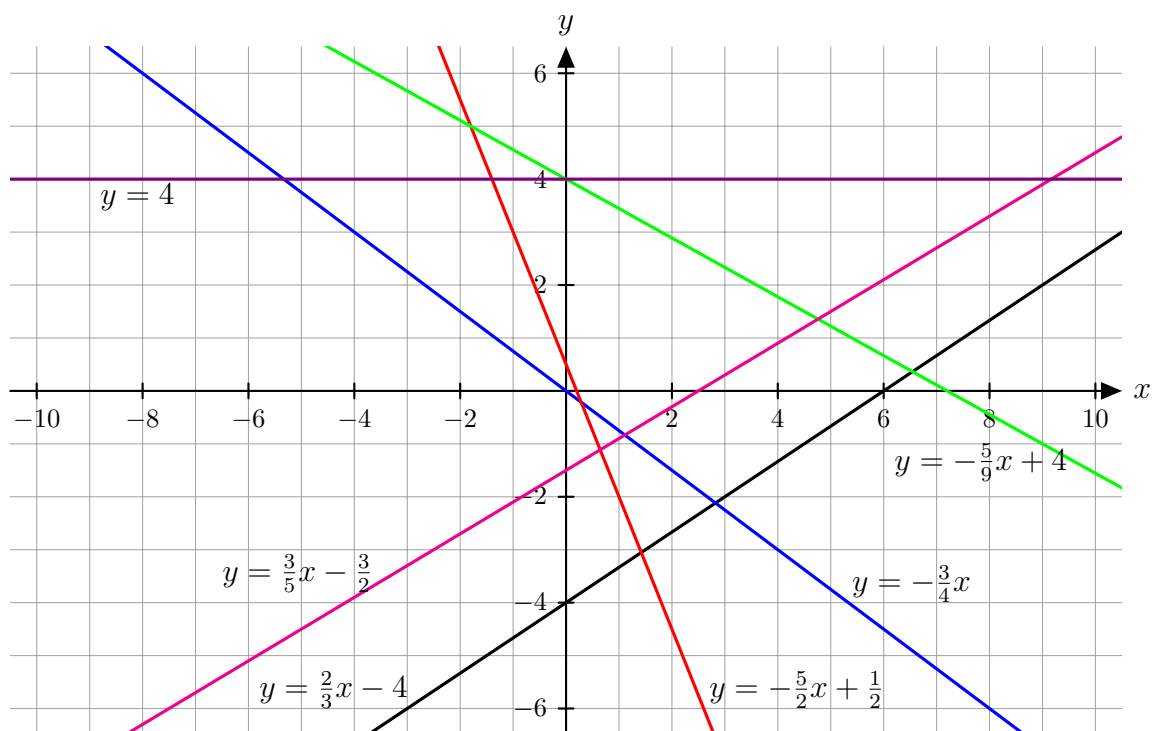
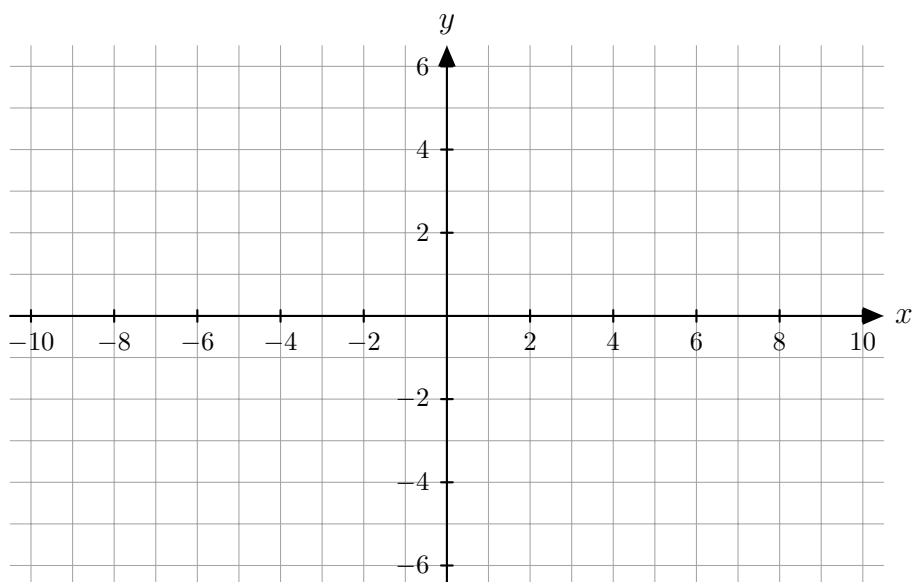
c) $f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

e) $f(x) = -\frac{5}{9}x + 4$

b) $f(x) = -\frac{3}{4}x$

d) $f(x) = \frac{3}{5}x - \frac{3}{2}$

f) $f(x) = 4$



Exercice 8.8

Soit les deux fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto 2x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

a) Compléter ces deux tableaux de valeurs :

x	$f(x)$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

x	$g(x)$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

b) Calculer $f(-10)$, $f\left(\frac{10}{9}\right)$, $f(-0,5)$, $f(t)$ et $f(g(3))$.

c) Calculer $g(-8)$, $g\left(\frac{2}{3}\right)$, $g(0,11)$, $g(k)$ et $g(f(3))$.

d) Compléter ces deux tableaux de valeurs :

x	$f(x)$
	-25
	0
	4

x	$g(x)$
	1
	0
	14

e) Déterminer la valeur de a telle que $f(a) = g(a)$.

f) Représenter sur un même graphique f et g . Mettre en évidence a , $f(a)$ et $g(a)$.

a)

x	$f(x) = 2x - 3$
-4	$2 \cdot (-4) - 3 = -8 - 3 = -11$
-3	$2 \cdot (-3) - 3 = -6 - 3 = -9$
-2	$2 \cdot (-2) - 3 = -4 - 3 = -7$
-1	$2 \cdot (-1) - 3 = -2 - 3 = -5$
0	$2 \cdot 0 - 3 = 0 - 3 = -3$
1	$2 \cdot 1 - 3 = 2 - 3 = -1$
2	$2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1$
3	$2 \cdot 3 - 3 = 6 - 3 = 3$
4	$2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$

x	$g(x) = 1,5x - 0,5$
-4	$1,5 \cdot (-4) - 0,5 = -6 - 0,5 = -6,5$
-3	$1,5 \cdot (-3) - 0,5 = -4,5 - 0,5 = -5$
-2	$1,5 \cdot (-2) - 0,5 = -3 - 0,5 = -3,5$
-1	$1,5 \cdot (-1) - 0,5 = -1,5 - 0,5 = -2$
0	$1,5 \cdot 0 - 0,5 = 0 - 0,5 = -0,5$
1	$1,5 \cdot 1 - 0,5 = 1,5 - 0,5 = 1$
2	$1,5 \cdot 2 - 0,5 = 3 - 0,5 = 2,5$
3	$1,5 \cdot 3 - 0,5 = 4,5 - 0,5 = 4$
4	$1,5 \cdot 4 - 0,5 = 6 - 0,5 = 5,5$

$$\text{b) } f(-10) = 2 \cdot (-10) - 3 = -20 - 3 = -23$$

$$f\left(\frac{10}{9}\right) = 2 \cdot \frac{10}{9} - 3 = \frac{20}{9} - 3 = \frac{20}{9} - \frac{27}{9} = \frac{-7}{9} = -\frac{7}{9} = -0,\bar{7}$$

$$f(-0,5) = 2 \cdot (-0,5) - 3 = -1 - 3 = -4$$

$$f(t) = 2 \cdot t - 3 = 2t - 3$$

$$f(g(3)) = ?$$

$$g(3) = 1,5 \cdot 3 - 0,5 = 4,5 - 0,5 = 4$$

$$f(g(3)) = f(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$\text{Ou directement : } f(g(3)) = f(1,5 \cdot 3 - 0,5) = f(4,5 - 0,5) = f(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$\text{c) } g(-8) = 1,5 \cdot (-8) - 0,5 = -12 - 0,5 = -12,5$$

$$g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = 1 - 0,5 = 0,5 \quad (\text{ou } 1,5 \cdot \frac{2}{3} - 0,5 = 1 - 0,5 = 0,5)$$

$$g(0,11) = 1,5 \cdot 0,11 - 0,5 = 0,165 - 0,5 = 0,165 - 0,500 = -0,335$$

$$g(k) = 1,5 \cdot k - 0,5 = 1,5k - 0,5$$

$$g(f(3)) = ?$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 - 3 = 6 - 3 = 3$$

$$g(f(3)) = g(3) = 1,5 \cdot 3 - 0,5 = 4,5 - 0,5 = 4$$

$$\text{Ou directement : } g(f(3)) = g(2 \cdot 3 - 3) = g(6 - 3) = g(3) = 1,5 \cdot 3 - 0,5 = 4,5 - 0,5 = 4$$

d)

$$f(x) = -25$$

$$2x - 3 = -25$$

$$2x = -22$$

$$x = -11$$

$$f(x) = 0$$

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = 1,5$$

$$f(x) = 4$$

$$2x - 3 = 4$$

$$2x = 7$$

$$x = 3,5$$

Variante :

$$y = 2x - 3$$

$$2x = y + 3$$

$$x = 0,5y + 1,5$$

$$\text{Si } y = -25 \Rightarrow$$

$$x = 0,5 \cdot (-25) + 1,5 = -11$$

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow$$

$$x = 0,5 \cdot 0 + 1,5 = 0 + 1,5 = 1,5$$

$$\text{Si } y = 4 \Rightarrow$$

$$x = 0,5 \cdot 4 + 1,5 = 2 + 1,5 = 3,5$$

x	$f(x) = 2x - 3$
-11	-25
1,5	0
3,5	4

$$g(x) = 1$$

$$1,5x - 0,5 = 1$$

$$1,5x = 1,5$$

$$x = 1$$

$$g(x) = 0$$

$$1,5x - 0,5 = 0$$

$$1,5x = 0,5$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$$

$$g(x) = 14$$

$$1,5x - 0,5 = 14$$

$$1,5x = 14,5$$

$$3x = 29$$

$$x = \frac{29}{3} = 9,\bar{6}$$

Variante :

$$y = 1,5x - 0,5$$

$$2y = 3x - 1$$

$$3x = 2y + 1$$

$$x = \frac{1}{3}(2y + 1)$$

$$\text{Si } y = 1 \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{3}(2 \cdot 1 + 1) = 1$$

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{3}(2 \cdot 0 + 1) = \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$$

$$\text{Si } y = 14 \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{3}(2 \cdot 14 + 1) = \frac{29}{3} = 9,\bar{6}$$

x	$g(x) = 1,5x - 0,5$
1	1
$\frac{1}{3}$	0
$\frac{29}{3}$	14

e) $f(a) = g(a)$

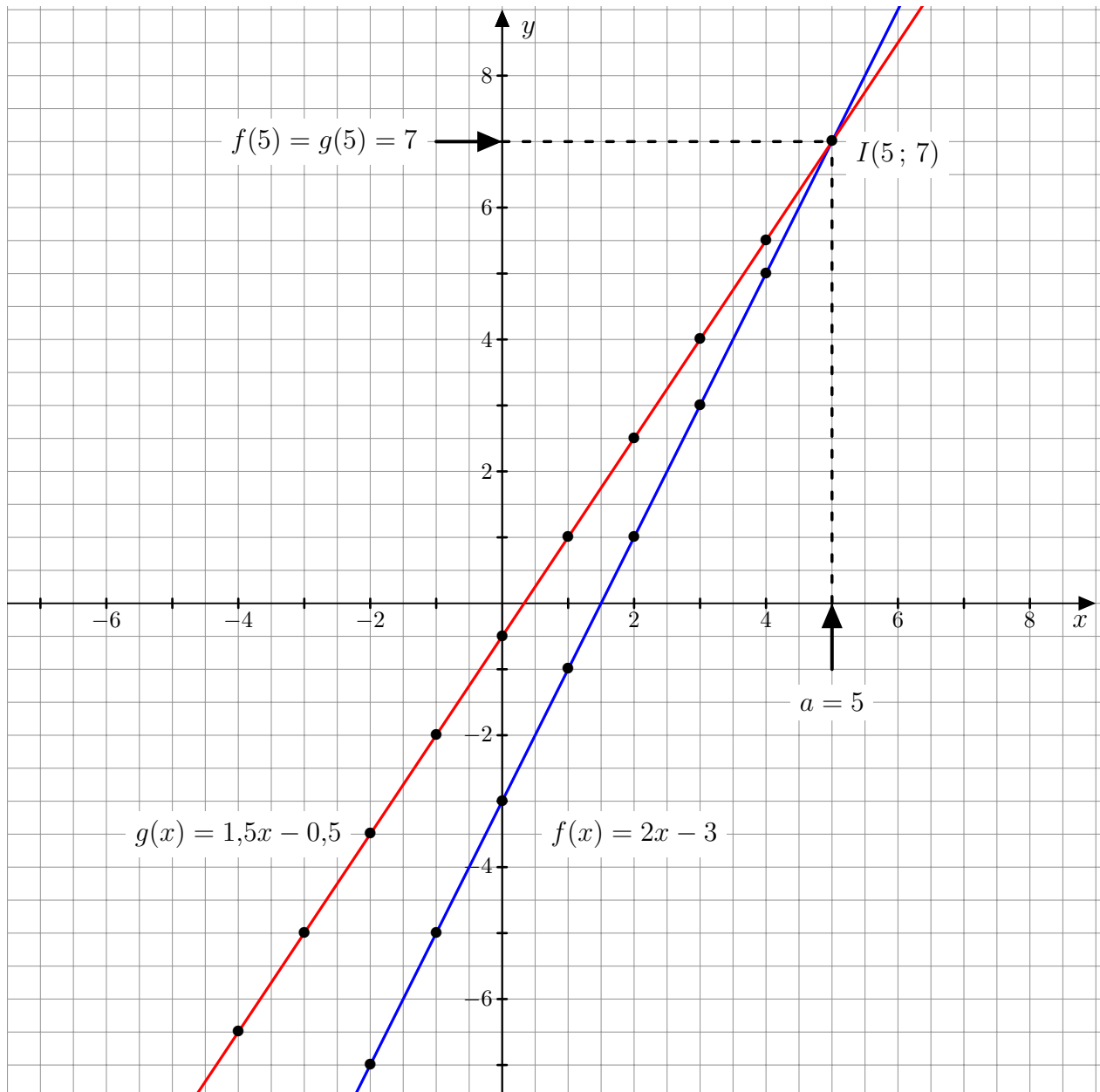
$$2a - 3 = 1,5a - 0,5$$

$$0,5a = 2,5$$

$$5a = 25$$

$$a = 5$$

f) $f(5) = 2 \cdot 5 - 3 = 10 - 3 = 7$ (et $g(5) = 1,5 \cdot 5 - 0,5 = 7,5 - 0,5 = 7$)

Point d'intersection des deux droites en $I(5; 7)$ 

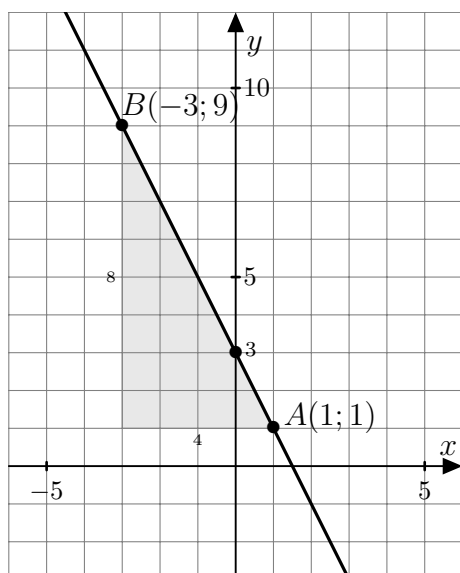
Exercice 8.9

On donne deux points $A(1; 1)$ et $B(-3; 9)$.

- Calculer la pente de la droite passant par A et B .
- Déterminer la fonction affine dont la représentation graphique est la droite AB .

Mêmes questions avec $C(-2; -6)$ et $D(7; 9)$.

a)



$$A(1 ; 1)$$

$$\begin{array}{cc} \parallel & \parallel \\ x_1 & y_1 \end{array}$$

$$B(-3 ; 9)$$

$$\begin{array}{cc} \parallel & \parallel \\ x_2 & y_2 \end{array}$$

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 1}{-3 - 1} = \frac{8}{-4} = -2.$$

Remarque : l'ordre des points n'importe pas.

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 9}{1 - (-3)} = \frac{-8}{4} = -2.$$

$$\text{b) } y = mx + h$$

$$y = -2x + h$$

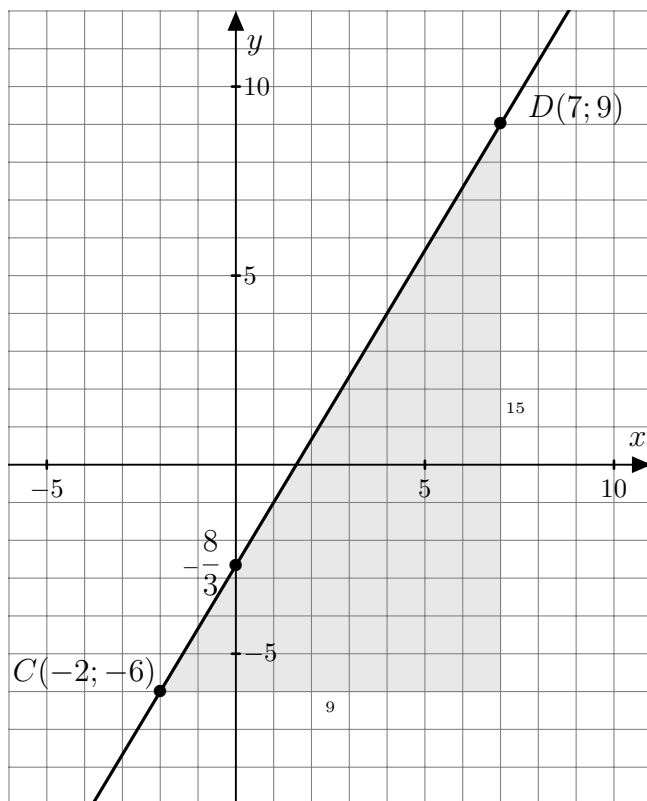
Le point $A(1; 1)$ se trouve sur la droite $\Rightarrow 1 = -2 \cdot 1 + h$

$$1 = -2 + h$$

$$h = 3$$

$$(AB) : y = -2x + 3.$$

c)



$$C(-2; -6)$$

$$\begin{array}{cc} \parallel & \parallel \\ x_1 & y_1 \end{array}$$

$$D(7; 9)$$

$$\begin{array}{cc} \parallel & \parallel \\ x_2 & y_2 \end{array}$$

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - (-6)}{7 - (-2)} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

d) $y = mx + h$

$$y = \frac{5}{3}x + h$$

Le point $C(-2; -6)$ se trouve sur la droite $\Rightarrow -6 = \frac{5}{3} \cdot (-2) + h$

$$-6 = -\frac{10}{3} + h$$

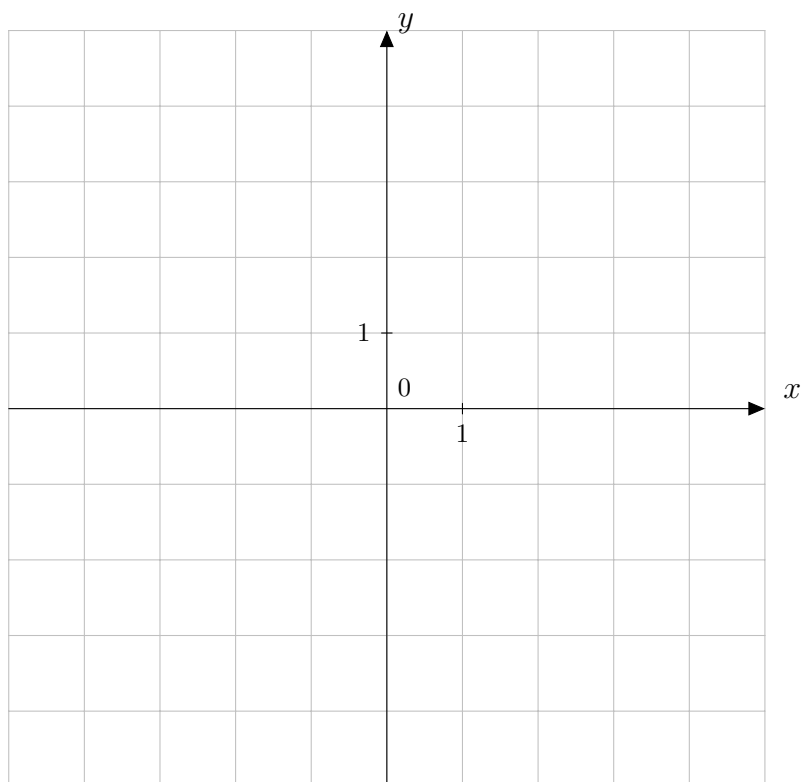
$$h = -6 + \frac{10}{3} = \frac{-18}{3} + \frac{10}{3} = -\frac{8}{3}$$

$$(CD) : y = \frac{5}{3}x - \frac{8}{3}$$


Exercice 8.10

Sur le même graphique :

- a) Tracer la droite a de pente $m = -2$ et d'ordonnée à l'origine $h = 0$.
- b) Tracer la droite b de pente $m = -2$ et d'ordonnée à l'origine $h = 3$.
- c) Tracer la droite c passant par le point $A(-5; 1)$ et d'ordonnée à l'origine $h = 5$.
- d) Tracer la droite d passant par le point $A(-5; 1)$ et de pente $m = -1$.
- e) Tracer la droite e passant par le point $A(-5; 1)$ et de pente $m = 0$.
- f) Tracer la droite f donnée par $f(x) = \frac{2}{3}x - 5$.
- g) Déterminer les équations cartésiennes des droites a, b, c, d et e .

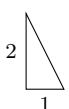


a) $h = 0 \Rightarrow$ la droite a passe par l'origine, donc par le point $O(0; 0)$.

Pente de a : $m = -2 = -\frac{2}{1}$ 

On construit le triangle de pente à partir du point O .

b) $h = 3 \Rightarrow$ la droite b passe par le point $(0; 3)$.


Pente de b : $m = -2 = -\frac{2}{1}$ 

On construit le triangle de pente à partir du point $(0; 3)$.

c) $h = 5 \Rightarrow$ la droite c passe par le point $B(0; 5)$.

La droite c passe donc par $A(-5; 1)$ et $B(0; 5)$.

d) La droite d passe par $A(-5; 1)$.

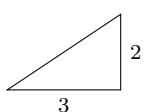
Pente de d : $m = -1 = -\frac{1}{1}$ 

On construit le triangle de pente à partir du point $A(-5; 1)$.

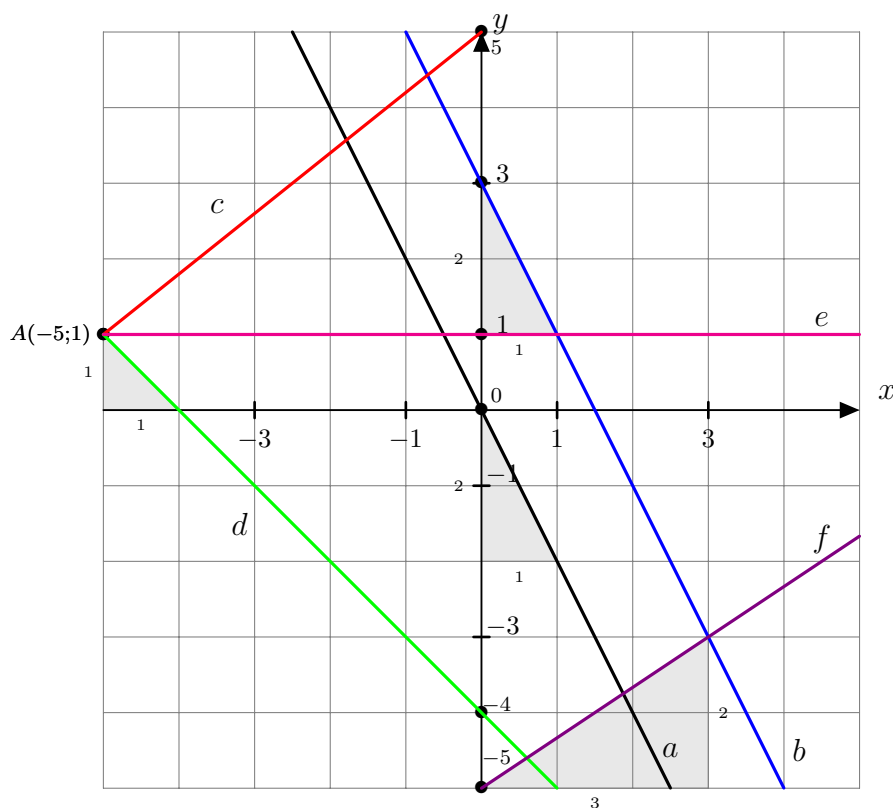
e) La droite e est horizontale, car sa pente est nulle ($m = 0$).

La droite e passe par le point $A(-5; 1)$.

f) $h = -5 \Rightarrow$ la droite f passe par le point $(0; -5)$.

Pente de f : $m = \frac{2}{3}$ 

On construit le triangle de pente à partir du point $(0; -5)$.



g)

(a) $y = mx + h$. On a $m = -2$ et $h = 0$, donc (a) : $y = -2x$.

(b) $y = mx + h$. On a $m = -2$ et $h = 3$, donc (b) : $y = -2x + 3$.

(c) $h = 5 \Rightarrow$ la droite c passe par le point $B(0; 5)$.

La droite c passe donc par $A(-5; 1)$ et $B(0; 5)$.

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{0 - (-5)} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

$$y = mx + h$$

$$(c) : y = \frac{4}{5}x + h$$

$$h = 5 \Rightarrow (c) : y = \frac{4}{5}x + 5.$$

(d) $y = mx + h$. On sait que $m = -1 \Rightarrow (d) : y = -1 \cdot x + h \Rightarrow (d) : y = -x + h$

La droite d passe par $A(-5; 1)$.

$$1 = -(-5) + h$$

$$1 = 5 + h$$

$$h = -4$$

Donc, (d) : $y = -x - 4$.

(e) La droite e est horizontale, car sa pente est nulle ($m = 0$)

$$\Rightarrow (e) : y = 0 \cdot x + h \Rightarrow (e) : y = 0 + h \Rightarrow (e) : y = h$$

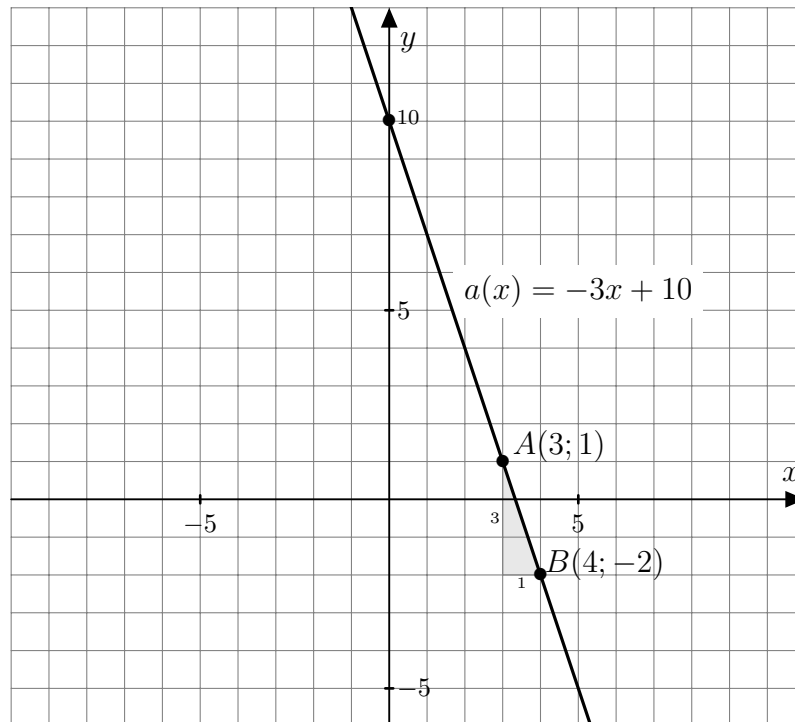
On dit que e est une fonction constante.

La droite e passe par le point $A(-5; 1) \Rightarrow h = 1 \Rightarrow (e) : y = 1$.

Exercice 8.11

- a) Déterminer une équation de la droite a passant par les points $(3; 1)$ et $(4; -2)$.
- b) Déterminer la fonction affine $b(x)$ telle que $b(1) = 4$ et $b(2) = 0$.
- c) Déterminer une équation de la droite c de pente égale à $\frac{2}{3}$ et d'ordonnée à l'origine égale à 1.
- d) Déterminer une équation de la droite d de pente égale à -2 et qui passe par le point $(1; 3)$.
- e) Déterminer une équation de la droite e passant par les points $(1; 4)$ et $(2; 11)$.
- f) Déterminer une équation de la droite f de pente égale à $-\frac{5}{4}$ et qui passe par le point $(1; -1)$.
- g) Déterminer une équation de la droite g passant par les points $(-1; 2)$ et $(3; 0,5)$.
- h) Déterminer une équation de la droite h de pente égale à -3 et qui passe par l'origine.
- i) La droite passant par les points $(2; 2)$ et $(4; 3)$ est-elle parallèle à celle qui passe par les points $(1; -1)$ et $(5; 1)$?
- j) Le point de coordonnées $(3,4; 0,75)$ appartient-il à la droite qui passe par les points $(1; 2)$ et $(-3; 4)$?
- k) Déterminer une équation de la droite k horizontale qui passe par le point $(6; 2)$.
- l) Déterminer une équation de la droite l parallèle à la droite $y = 4x - 2$ qui passe par le point $(1; 3)$.
- m) Déterminer une équation de la droite m parallèle à la droite $2y = 3x + 5$ qui passe par l'origine.
- n) Déterminer l'ordonnée à l'origine de la droite $5x + 2y = 11$.

a.)



$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 1}{4 - 3} = \frac{-3}{1} = -3.$$

$$y = mx + h$$

$$y = -3x + h$$

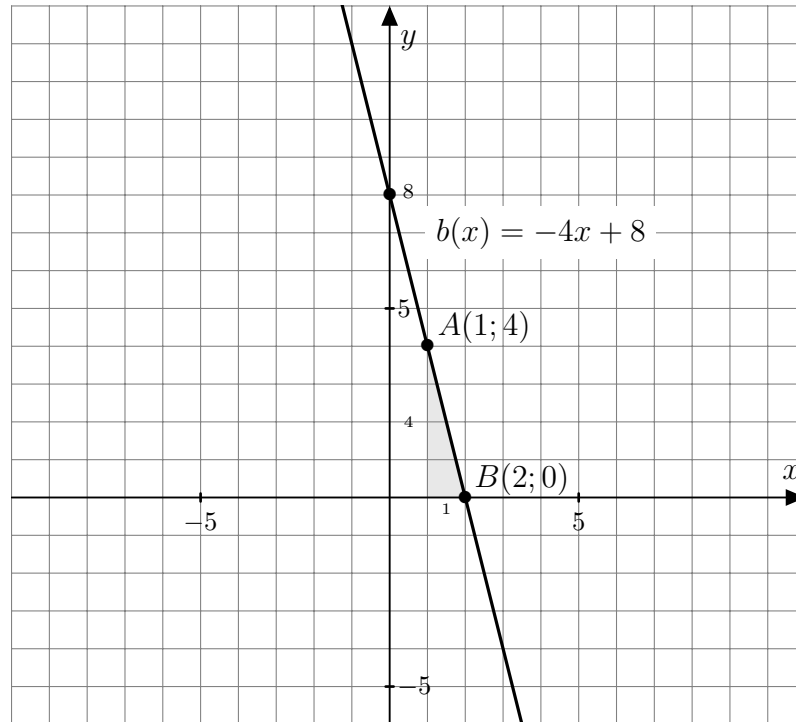
$$\text{Le point } A(3; 1) \text{ se trouve sur la droite } \Rightarrow 1 = -3 \cdot 3 + h$$

$$1 = -9 + h$$

$$h = 1 + 9 = 10$$

$$(a) : y = -3x + 10.$$

b)



$b(1) = 4 \Rightarrow$ la droite b passe par le point $A(1; 4)$.

$b(2) = 0 \Rightarrow$ la droite b passe par le point $B(2; 0)$.

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{2 - 1} = \frac{-4}{1} = -4.$$

$$y = mx + h$$

$$y = -4x + h$$

Le point $B(2; 0)$ se trouve sur la droite $\Rightarrow 0 = -4 \cdot 2 + h$

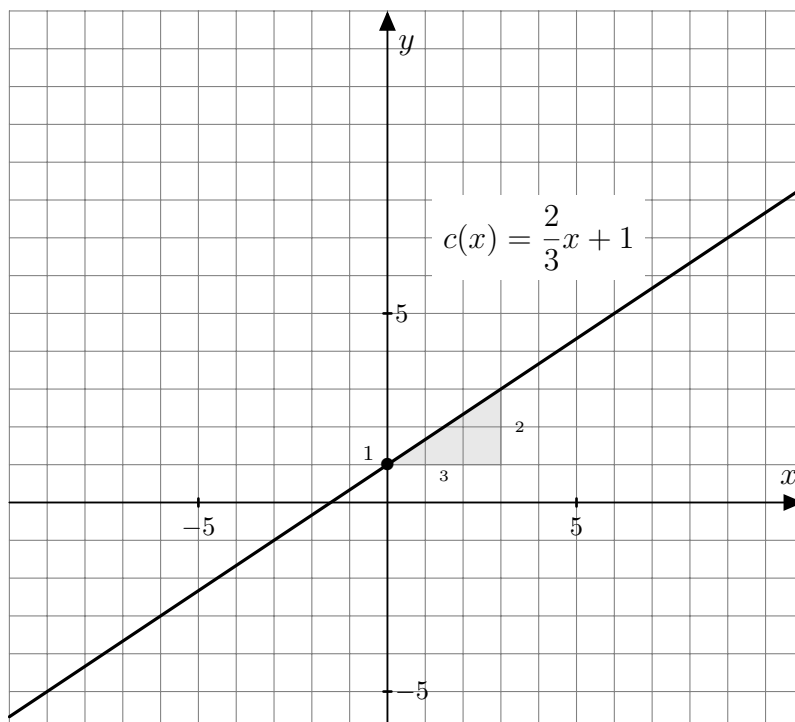
$$0 = -8 + h$$

$$h = 8$$

$$(b) : y = -4x + 8.$$

$$b(x) = -4x + 8.$$

c)

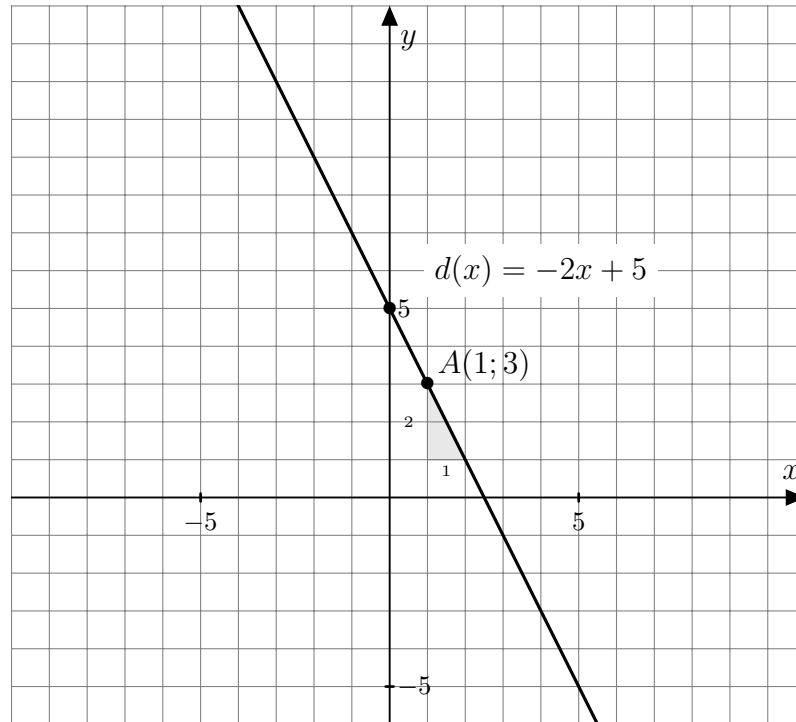


$$y = mx + h$$

$$m = \frac{2}{3} \text{ et } h = 1$$

$$(c) : y = \frac{2}{3}x + 1.$$

d)



$$y = mx + h$$

$$m = -2 \Rightarrow y = -2x + h$$

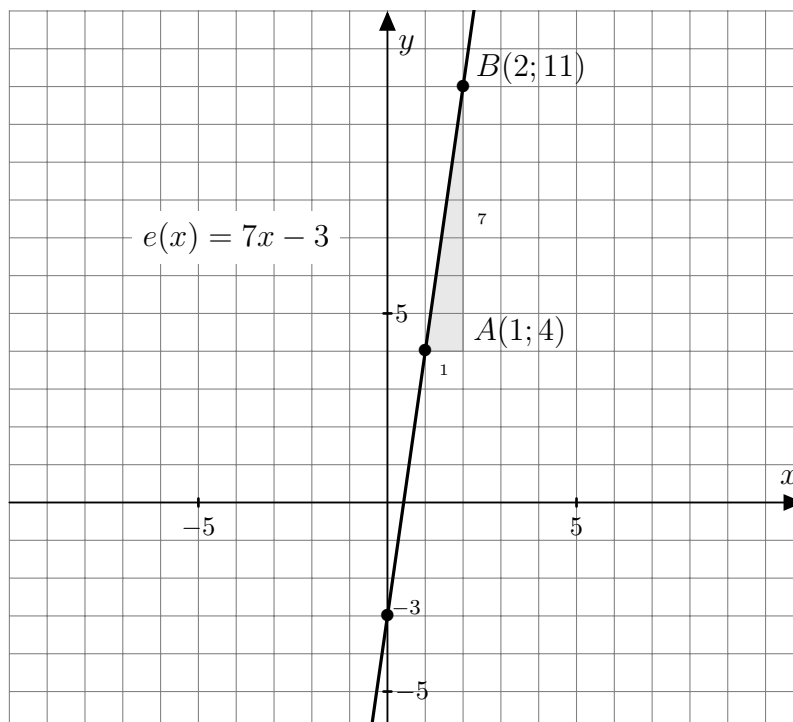
$$\text{Le point } A(1; 3) \text{ se trouve sur la droite} \Rightarrow 3 = -2 \cdot 1 + h$$

$$3 = -2 + h$$

$$h = 3 + 2 = 5$$

$$(d) : y = -2x + 5.$$

e)



$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - 4}{2 - 1} = \frac{7}{1} = 7.$$

$$y = mx + h$$

$$y = 7x + h$$

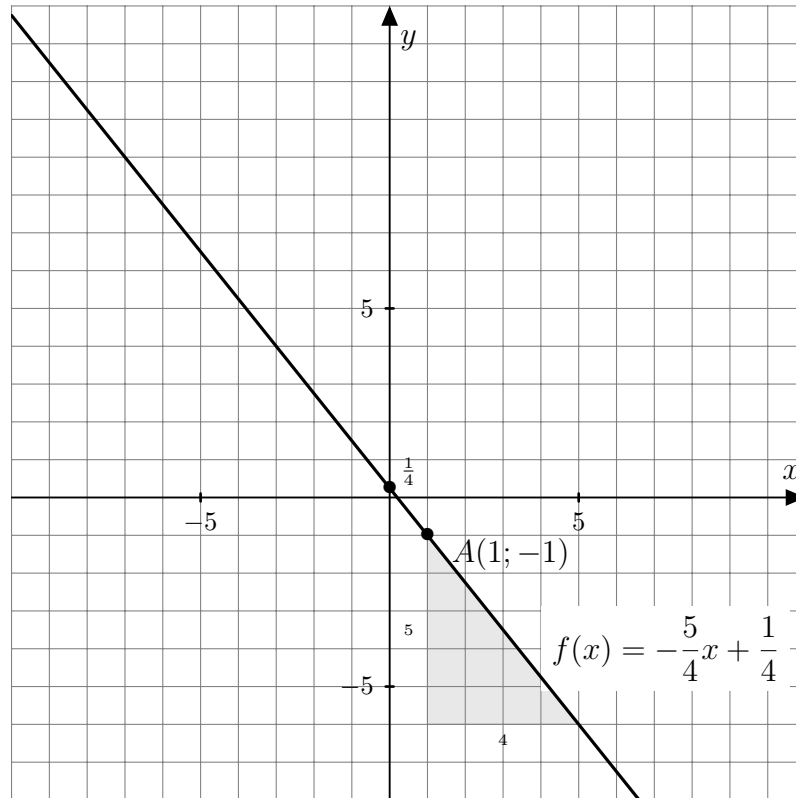
$$\text{Le point } A(1; 4) \text{ se trouve sur la droite} \Rightarrow 4 = 7 \cdot 1 + h$$

$$4 = 7 + h$$

$$h = 4 - 7 = -3$$

$$(e) : y = 7x - 3.$$

f)



$$y = mx + h$$

$$m = -\frac{5}{4} \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x + h$$

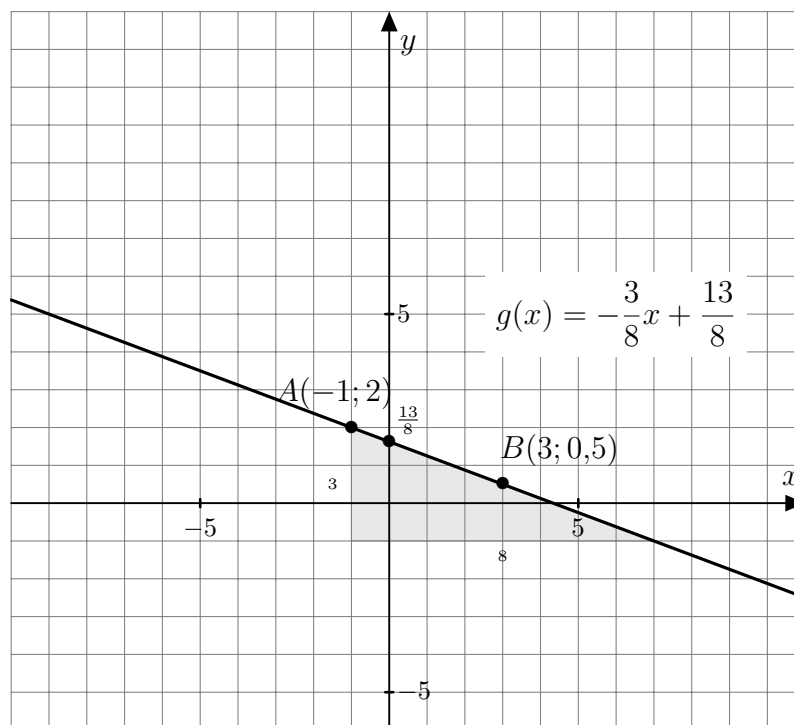
$$\text{Le point } A(1; -1) \text{ se trouve sur la droite } \Rightarrow -1 = -\frac{5}{4} \cdot 1 + h$$

$$-1 = -\frac{5}{4} + h$$

$$h = -1 + \frac{5}{4} = -\frac{4}{4} + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$$

$$(f) : y = -\frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$$

g)



$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0,5 - 2}{3 - (-1)} = \frac{-1,5}{4} = -\frac{3}{8}$$

$$y = mx + h$$

$$y = -\frac{3}{8}x + h$$

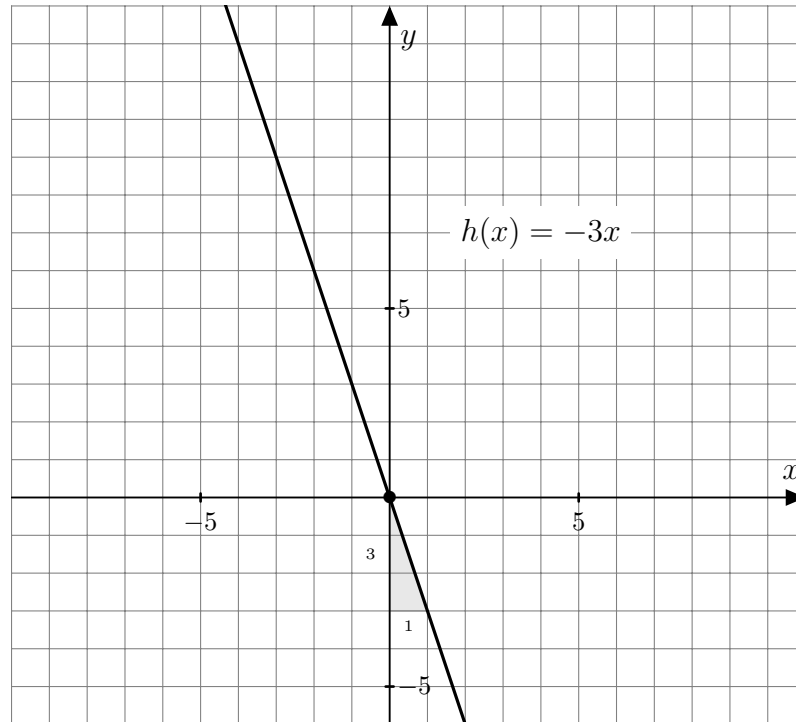
$$\text{Le point } A(-1; 2) \text{ se trouve sur la droite} \Rightarrow 2 = -\frac{3}{8} \cdot (-1) + h$$

$$2 = \frac{3}{8} + h$$

$$h = 2 - \frac{3}{8} = \frac{16}{8} - \frac{3}{8} = \frac{13}{8}$$

$$(g) : y = -\frac{3}{8}x + \frac{13}{8} \quad (\text{ou } y = -0,375x + 1,625)$$

h)

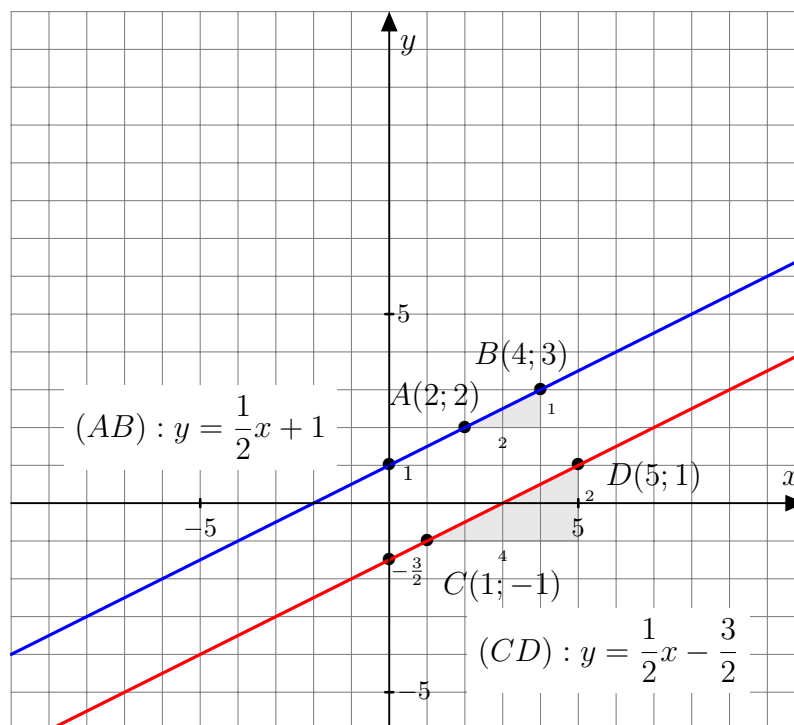


$$y = mx + h$$

$m = -3$ et $h = 0$ (la droite passe par l'origine)

$$(h) : y = -3x.$$

i)

Droite AB :

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{4 - 2} = \frac{1}{2}.$$

Droite CD :

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-1)}{5 - 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Les droites AB et CD ont la même pente, elles sont donc parallèles.**En plus :**

$$\text{Droite } AB : y = \frac{1}{2}x + h$$

$$\text{Le point } A(2; 2) \text{ se trouve sur la droite} \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot 2 + h \Rightarrow 2 = 1 + h \Rightarrow h = 2 - 1 = 1$$

$$(AB) : y = \frac{1}{2}x + 1.$$

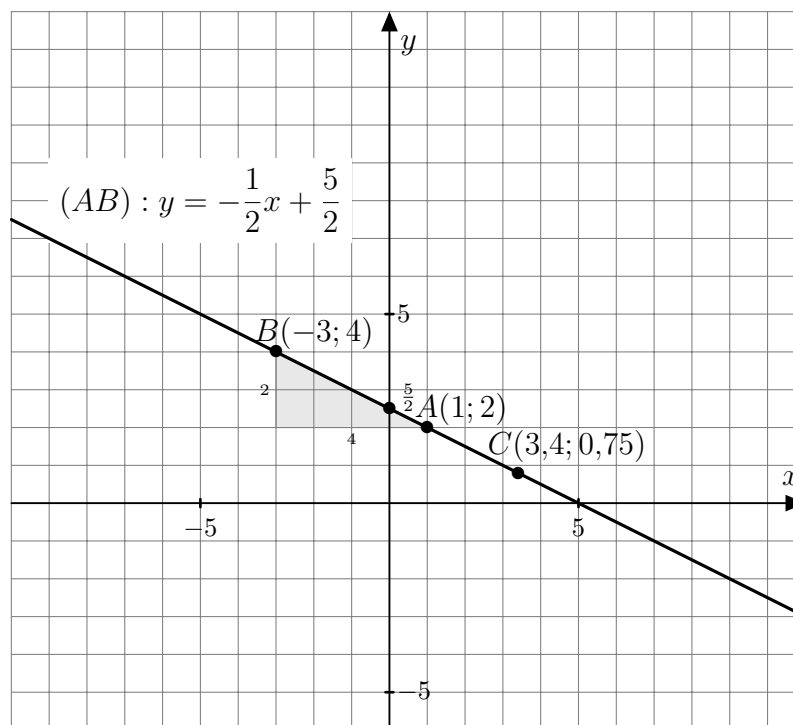
$$\text{Droite } CD : y = \frac{1}{2}x + h$$

$$\text{Le point } C(1; -1) \text{ se trouve sur la droite} \Rightarrow -1 = \frac{1}{2} \cdot 1 + h \Rightarrow -1 = \frac{1}{2} + h$$

$$h = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{2}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$(CD) : y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

j)

Droite AB :

$$\text{Pente} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{-3 - 1} = \frac{2}{-4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Droite } AB : y = -\frac{1}{2}x + h$$

$$\text{Le point } A(1; 2) \text{ se trouve sur la droite} \Rightarrow 2 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + h \Rightarrow 2 = -\frac{1}{2} + h \Rightarrow$$

$$h = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$(AB) : y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \quad \text{ou} \quad (AB) : y = -0,5x + 2,5$$

Si le point $A(3,4; 0,75)$ se trouve sur la droite AB , il doit vérifier l'équation de la droite :

Remplaçons x par 3,4 dans l'équation de la droite AB :

$$y = -0,5 \cdot 3,4 + 2,5 = -1,7 + 2,5 = 0,8 \neq 0,75$$

Non, le point $C(3,4; 0,75)$ n'est pas sur la droite AB . Il est juste en dessous !

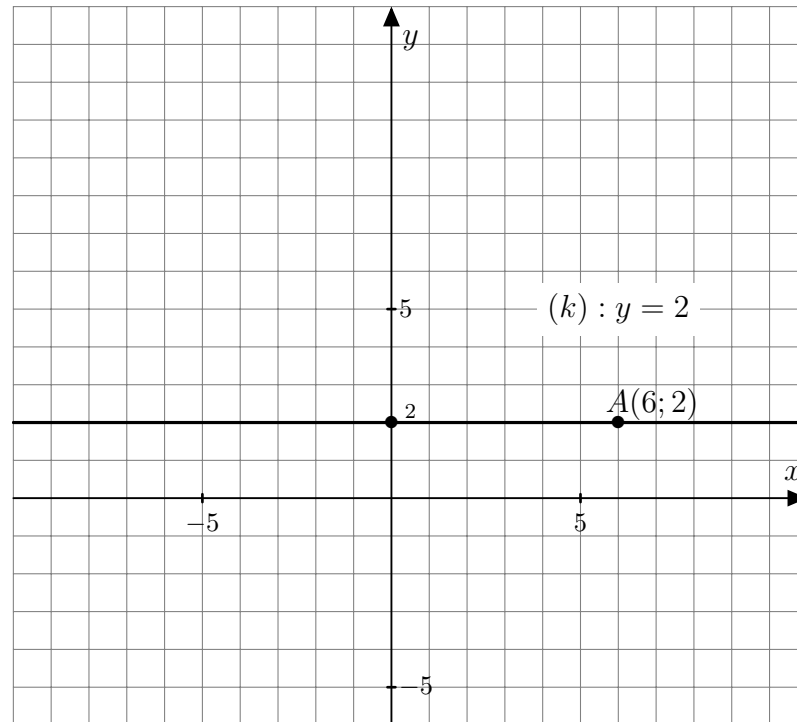
Variante :

$$\text{Pente de } AB = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{-3 - 1} = \frac{2}{-4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Pente de } AC = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0,75 - 2}{3,4 - 1} = \frac{-1,25}{2,4} = -\frac{125}{240} = -\frac{25}{48} \simeq -0,52 \neq -0,5.$$

Les pentes de AB et de AC étant différentes, les points A , B et C ne sont pas alignés.

k)



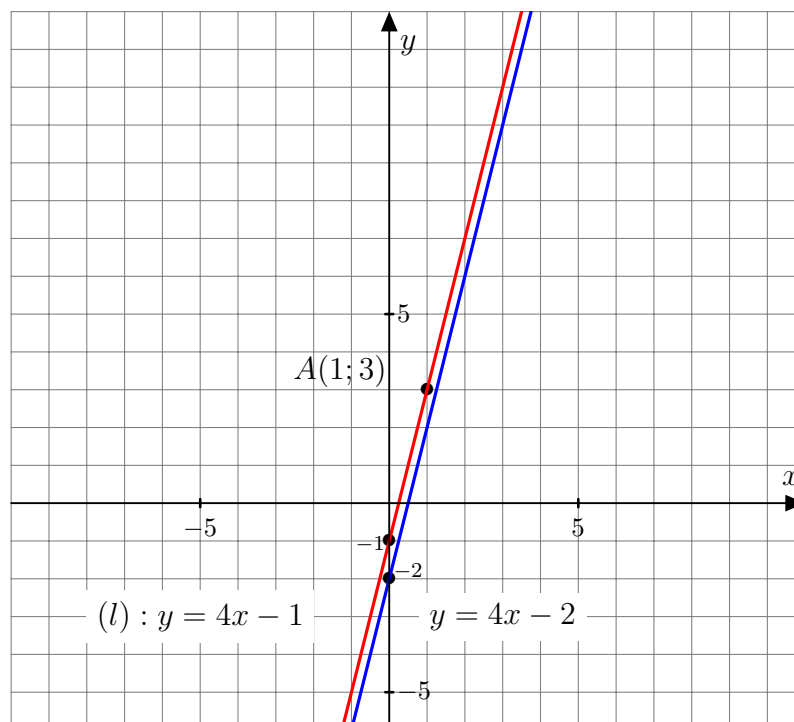
La droite k étant horizontale, sa pente est nulle, donc $m = 0$.

$$(k) : y = 0 \cdot x + h \Rightarrow y = 0 + h \Rightarrow y = h.$$

Comme la droite k passe par $A(6; 2)$, l'ordonnée à l'origine vaut $2 \Rightarrow h = 2$.

$$(k) : y = 2.$$

1)



Deux droites // ont la même pente.

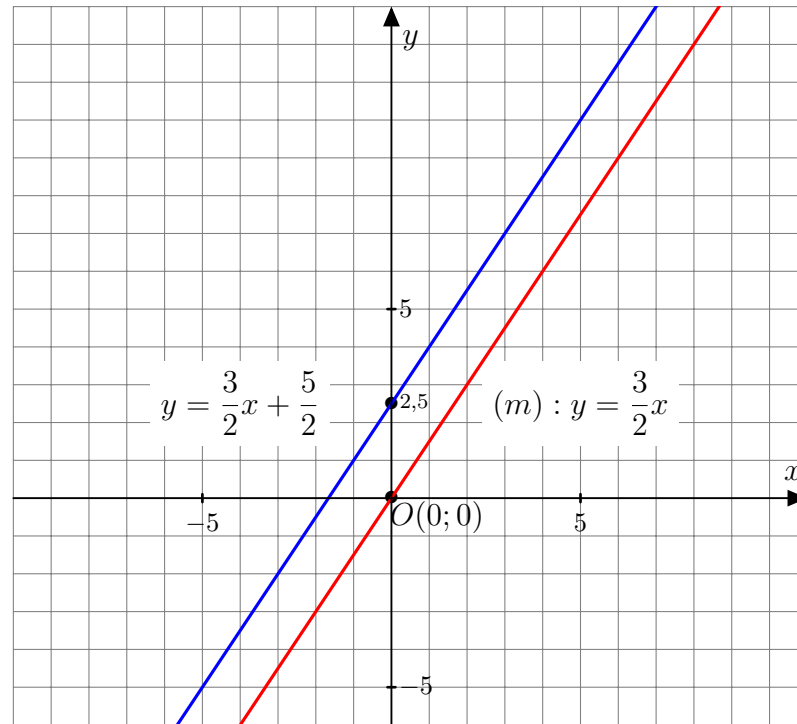
La pente de la droite d'équation $y = 4x - 2$ vaut 4.

Équation de la droite // : $y = 4x + h$.

La droite // passe par le point $A(1; 3) \Rightarrow 3 = 4 \cdot 1 + h \Rightarrow 3 = 4 + h \Rightarrow h = 3 - 4 = -1$

Équation de la droite // (l) : $y = 4x - 1$.

m)



Deux droites // ont la même pente.

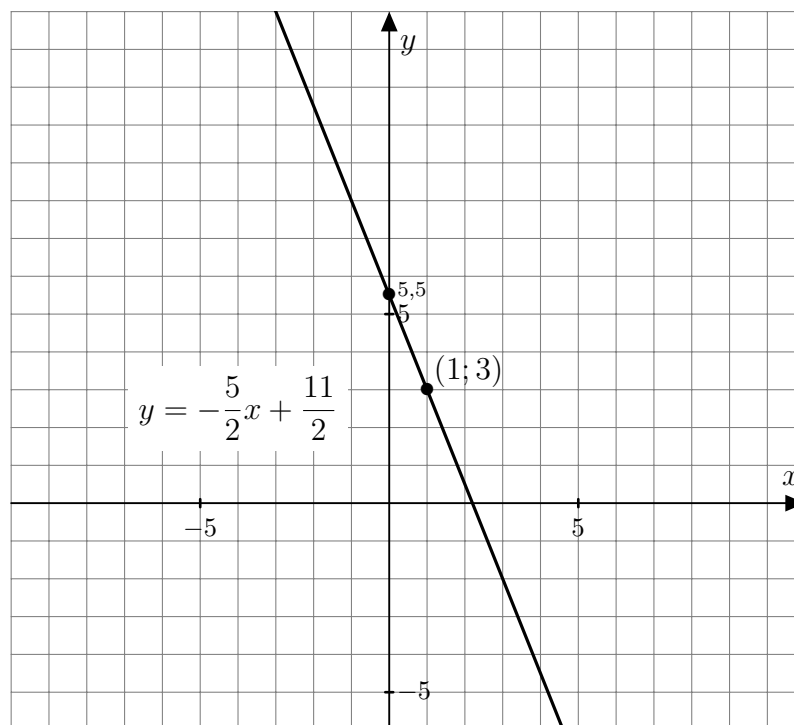
$$\text{Droite donnée : } 2y = 3x + 5 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow m = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Équation de la droite // : } y = \frac{3}{2}x + h.$$

La droite // passe par l'origine $\Rightarrow h = 0$

$$\text{Équation de la droite // (m) : } y = \frac{3}{2}x.$$

n)



Droite donnée : $5x + 2y = 11 \Rightarrow 2y = -5x + 11 \Rightarrow y = -\frac{5}{2}x + \frac{11}{2} \Rightarrow h = \frac{11}{2}$.

Remarque :

Pour tracer précisément la droite, on peut chercher un point à coordonnées exactes :

Si $x = 1 \Rightarrow y = -2,5 + 5,5 = 3 \Rightarrow$ la droite passe par le point $(1; 3)$.

Exercice 8.12

Pour les droites dont les équations sont données ci-dessous, déterminer les points d'intersection avec les axes Ox et Oy , puis tracer les droites dans un même système d'axes.

a) $y = -\frac{4}{3}x + 4$

b) $3x - 2y - 6 = 0$

c) $x + 3y = -3$

d) $y = -4$

a) $y = -\frac{4}{3}x + 4 \Rightarrow h = 4 \Rightarrow Y_a(0; 4)$

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{4}{3}x + 4 \Rightarrow \frac{4}{3}x = 4 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow X_a(3; 0)$$

b) $3x - 2y - 6 = 0 \Rightarrow 2y = 3x - 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3 \Rightarrow h = -3 \Rightarrow Y_b(0; -3)$

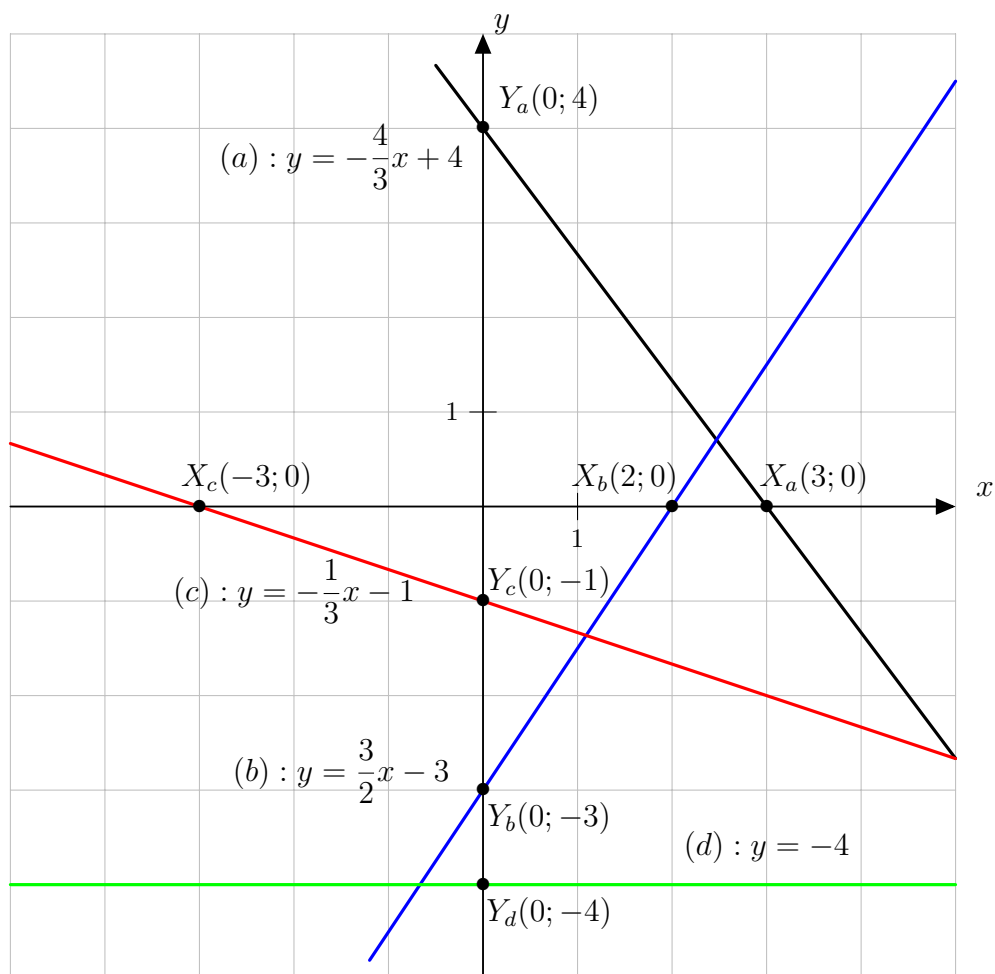
$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{3}{2}x - 3 \Rightarrow \frac{3}{2}x = 3 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow X_b(2; 0)$$

c) $x + 3y = -3 \Rightarrow 3y = -x - 3 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x - 1 \Rightarrow h = -1 \Rightarrow Y_c(0; -1)$

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{3}x - 1 \Rightarrow \frac{1}{3}x = -1 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow X_c(-3; 0)$$

d) $y = -4$ est une droite horizontale, elle ne coupe jamais l'axe Ox .

Elle coupe l'axe Oy au point $Y_d(0; -4)$.



Exercice 8.13

Déterminer **algébriquement** l'intersection des deux droites, si elle existe.

- a) $(f) : 2y - x = 4$ et $(g) : x + y = 5$
 b) $(h) : 3x + 2y = -2$ et $(i) : x + 4y = 1$
 c) $(j) : 3x - 2y = 7$ et $(k) : 5x + 3y = -1$
 d) $(m) : y = 2x + 3$ et $(n) : 2y - 4x = -1$
 e) $(u) : y = x - 2$ et $(v) : 3x - 3y = 6$

a)

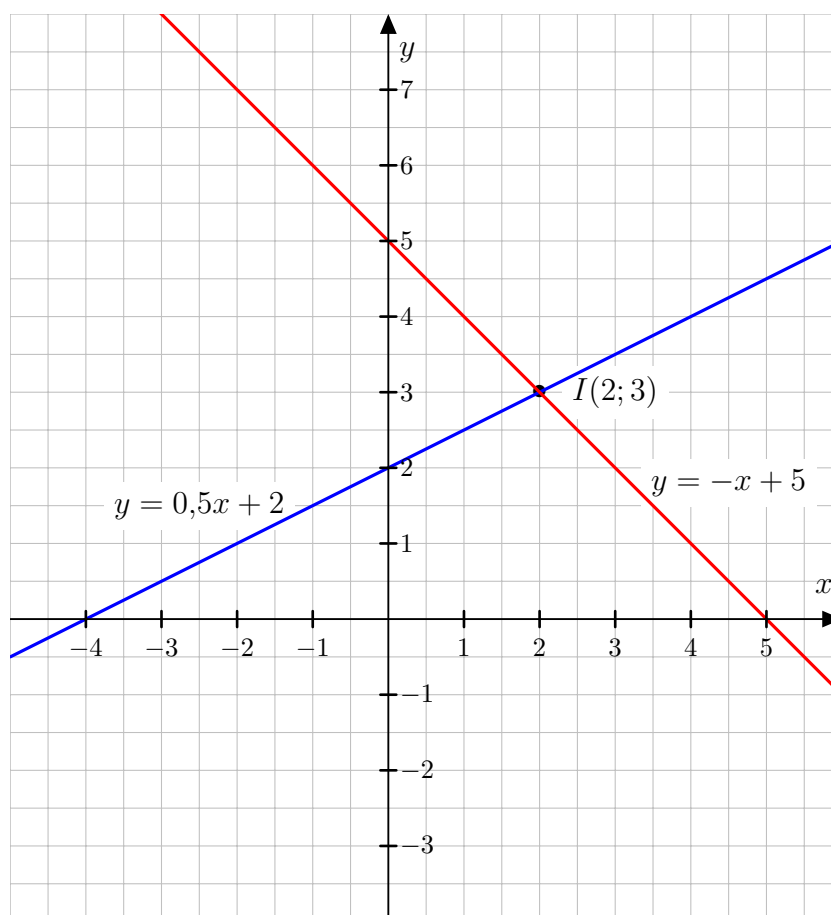
$$\begin{cases} 2y - x = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow -x + 2y = 4$$

$$\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-2) \end{array} \begin{cases} -x + 2y = 4 \\ -2x - 2y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3y = 9 \\ y = 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -3x = -6 \\ x = 2 \end{array}$$

$$S = \{(2; 3)\} \Rightarrow I(2; 3)$$

En plus :



b)

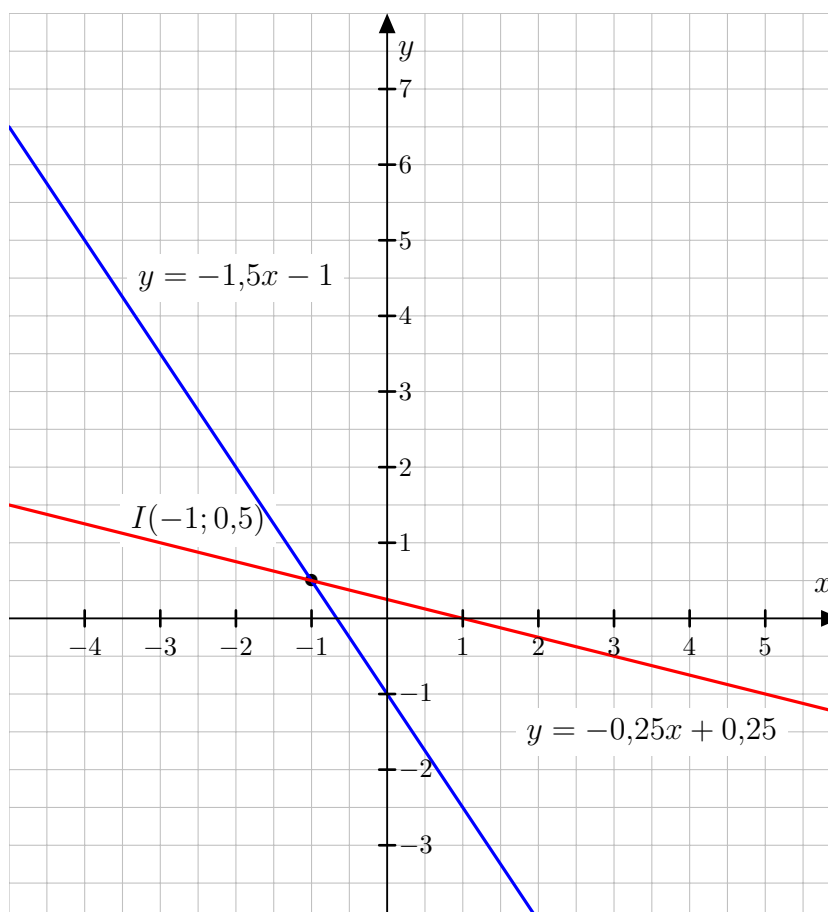
$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = -2 \\ x + 4y = 1 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-3) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ \cdot 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = -2 \\ -3x - 12y = -3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -6x - 4y = 4 \\ x + 4y = 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} -10y = -5 \\ y = \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} -5x = 5 \\ x = -1 \end{array}$$

$$S = \{(-1; 0,5)\} \Rightarrow I(-1; 0,5) = I\left(-1; \frac{1}{2}\right)$$

En plus :



c)

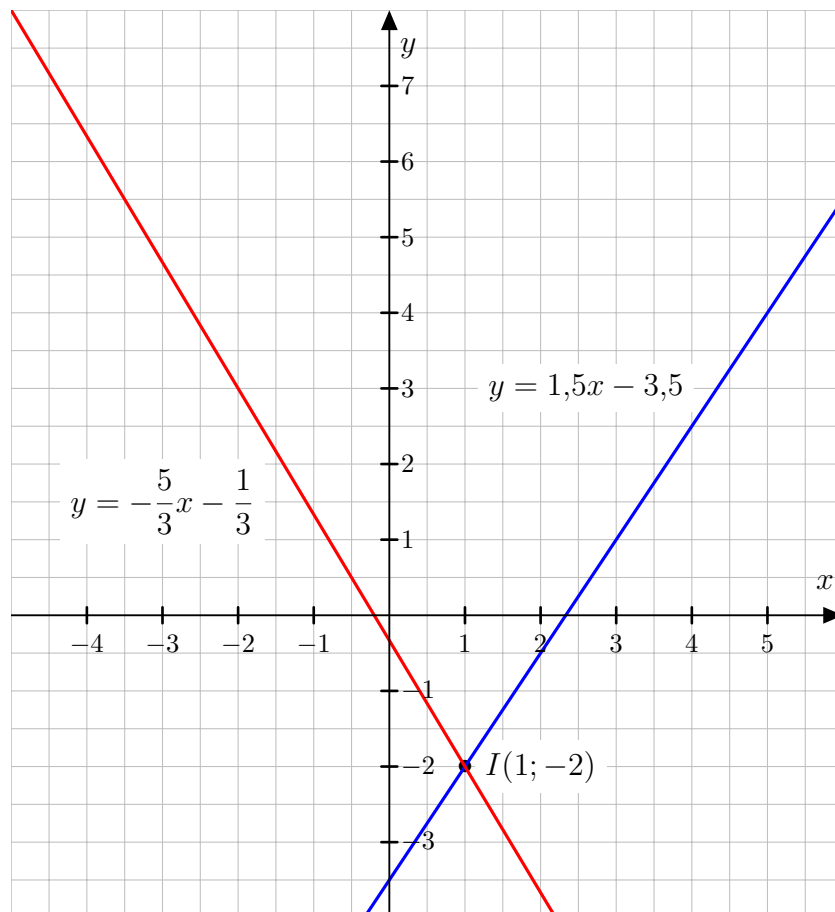
$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 2y = 7 \\ 5x + 3y = -1 \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot (-3) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 15x - 10y = 35 \\ -15x - 9y = 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 9x - 6y = 21 \\ 10x + 6y = -2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} -19y = 38 \\ y = -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 19x = 19 \\ x = 1 \end{array}$$

$$S = \{(1; -2)\} \Rightarrow I(1; -2)$$

En plus :



d)

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ 2y - 4x = -1 \end{cases}$$

Par substitution : $2 \cdot (2x + 3) - 4x = -1$

$$4x + 6 - 4x = -1$$

$$6 = -1 \quad \text{Impossible!}$$

$$S = \emptyset$$

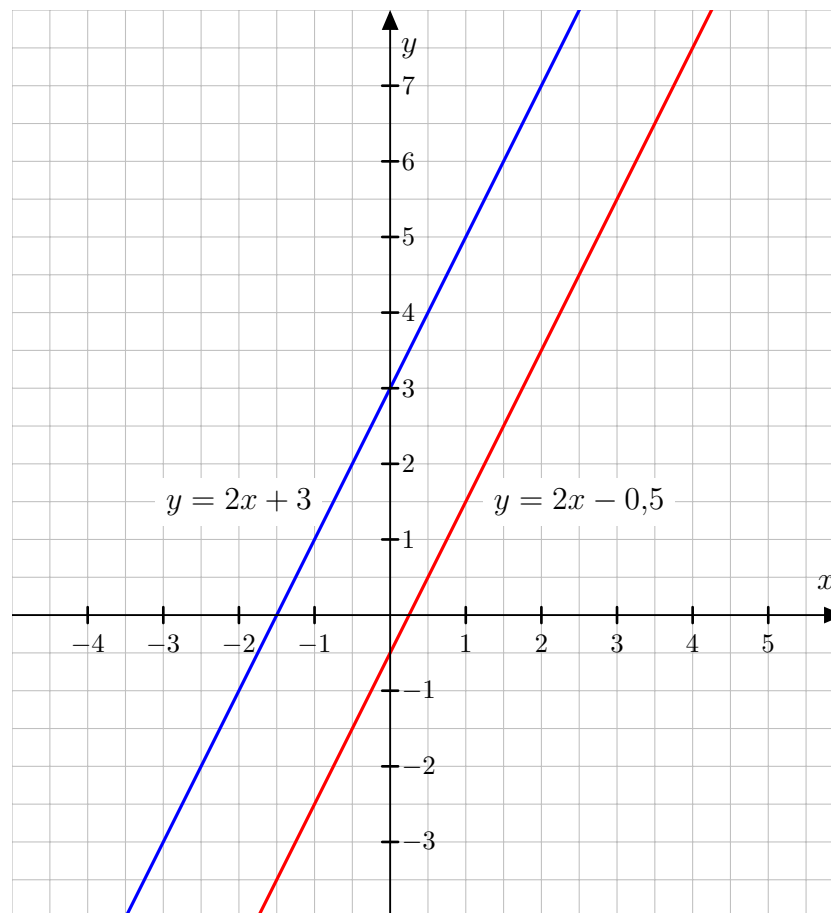
Les deux droites ne se coupent jamais, elles sont donc parallèles.

Vérifions que les deux droites ont bien la même pente :

$y = 2x + 3$ est l'équation d'une droite de pente $m = 2$.

$2y - 4x = -1 \Leftrightarrow 2y = 4x - 1 \Leftrightarrow y = 2x - 0,5 \Rightarrow m = 2$. OK!

En plus :



e)

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$$

Par substitution : $3x - 3 \cdot (x - 2) = 6$

$$3x - 3x + 6 = 6$$

$$6 = 6 \quad \text{Toujours vrai!}$$

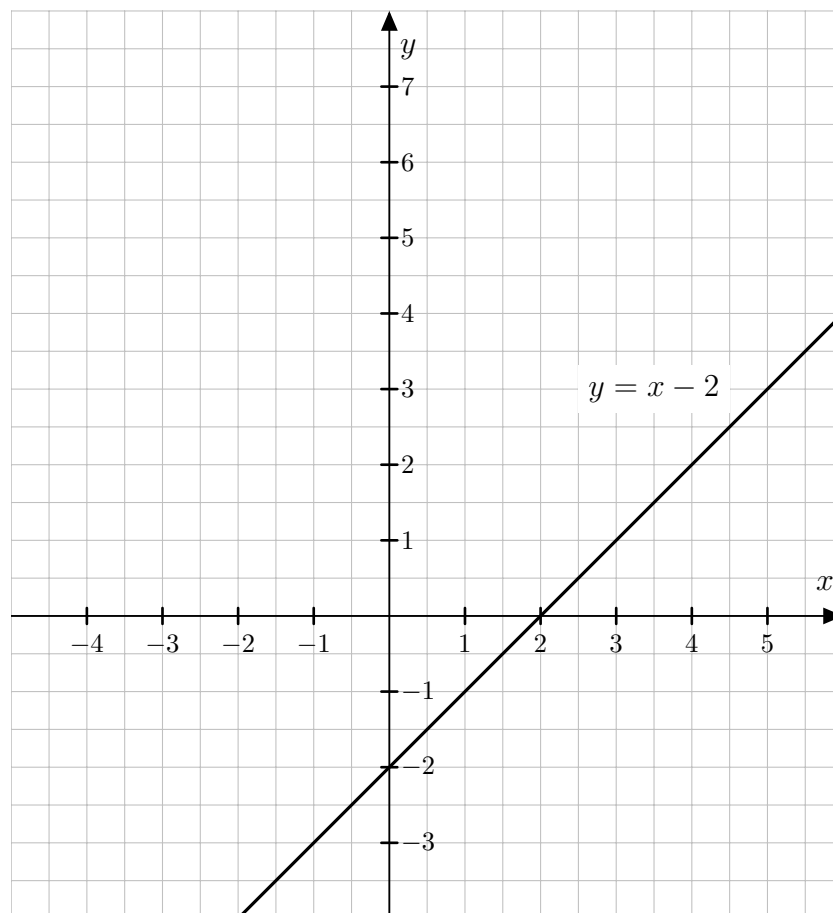
Les deux droites sont confondues.

$S =$ Ensemble de tous les points de la droite $= \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x - 2\}$

Vérifions que les équations des deux droites sont bien équivalentes :

$$3x - 3y = 6 \Leftrightarrow x - y = 2 \Leftrightarrow x - 2 = y \Leftrightarrow y = x - 2. \text{ OK!}$$

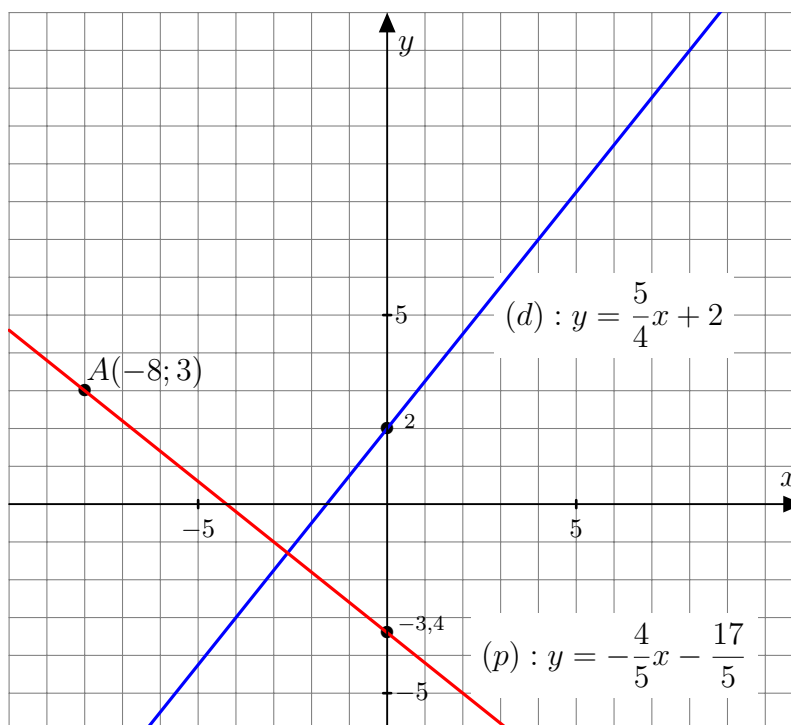
En plus :



Exercice 8.14

On peut montrer que deux droites représentées dans un système d'axes orthonormés sont perpendiculaires si le produit de leur pente est égal à -1 .

En utilisant cette propriété, déterminer une équation cartésienne de la droite p perpendiculaire à la droite $(d) : 5x - 4y + 8 = 0$ passant par le point $A(-8; 3)$.



$$(d) : 5x - 4y + 8 = 0 \Rightarrow 4y = 5x + 8 \Rightarrow y = \frac{5}{4}x + 2 \Rightarrow m_d = \frac{5}{4}.$$

$$d \text{ et } p \text{ sont perpendiculaires} \Rightarrow m_d \cdot m_p = -1 \Rightarrow$$

$$\frac{5}{4} \cdot m_p = -1 \Rightarrow m_p = -\frac{4}{5}, \quad \text{car } \frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -1.$$

$$\text{Donc, } (p) : y = -\frac{4}{5}x + h.$$

$$\text{La droite } p \text{ passe par le point } A(-8; 3) \Rightarrow 3 = -\frac{4}{5} \cdot (-8) + h \Rightarrow 3 = \frac{32}{5} + h \Rightarrow$$

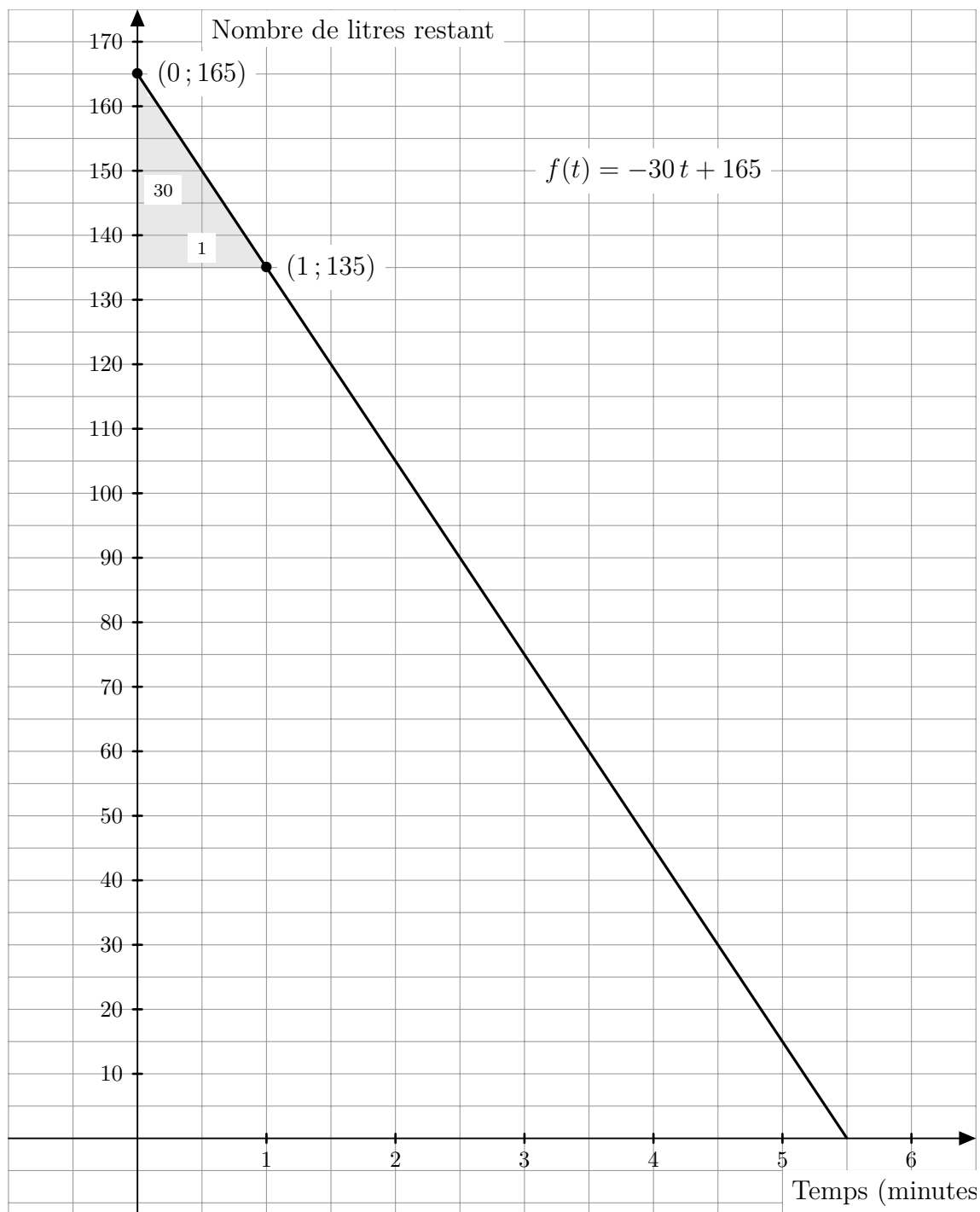
$$h = 3 - \frac{32}{5} = \frac{15}{5} - \frac{32}{5} = -\frac{17}{5}.$$

$$(p) : y = -\frac{4}{5}x - \frac{17}{5}.$$

8.2 Applications

Exercice 8.15

Une baignoire contient 165 litres d'eau. On enlève alors le bouchon et il s'écoule 30 litres par minutes. Exprimer la quantité d'eau restant dans la baignoire en fonction du temps. Après combien de temps la baignoire sera-t-elle vide ?



Pente de la droite : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{30}{1} = -30$

$f(t) = -30t + 165$, où t est le temps écoulé en minutes.

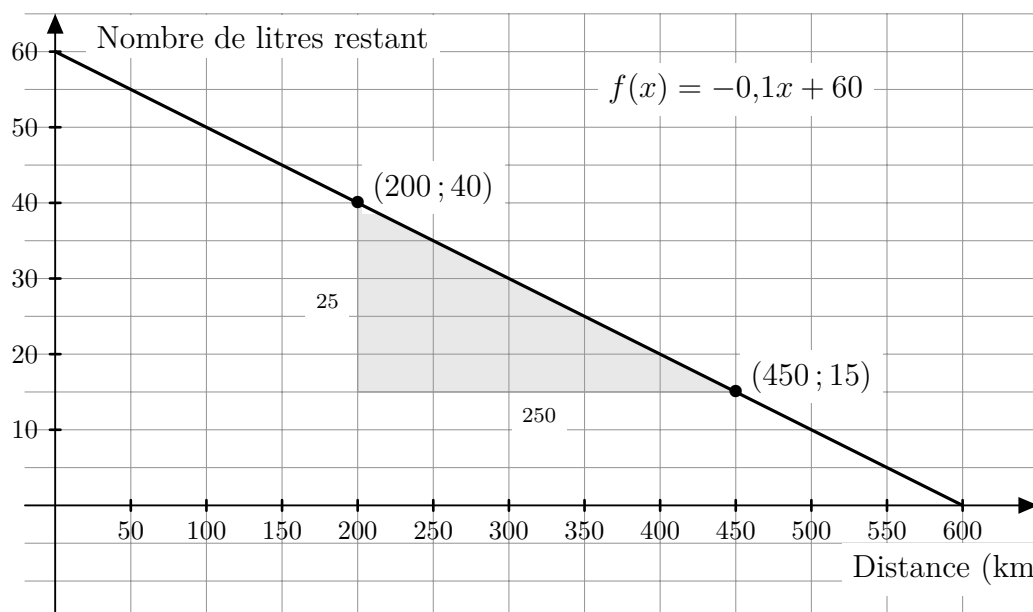
Temps pour vider la baignoire :

$$-30t + 165 = 0 \Leftrightarrow 30t = 165 \Leftrightarrow t = 5,5 \text{ minutes.}$$

La baignoire sera vide après 5 minutes et 30 secondes.

Exercice 8.16

Après que l'on ait fait le plein de son réservoir, une voiture s'engage sur une route de telle sorte que sa consommation d'essence soit constante. Après avoir parcouru 200 kilomètres, il reste 40 litres dans le réservoir et après 450 kilomètres, il reste 15 litres d'essence. Exprimer le nombre de litres d'essence restant dans le réservoir en fonction du nombre de kilomètres parcourus. Déterminer la capacité maximale du réservoir ainsi que la consommation pour 100 kilomètres.



$$\text{Pente de la droite : } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{40 - 15}{200 - 450} = \frac{25}{-250} = -\frac{1}{10} = -0,1$$

$$y = -0,1x + h$$

Pour trouver h , on remplace $(x; y)$ par $(200; 40)$:

$$40 = -0,1 \cdot 200 + h \Leftrightarrow 40 = -20 + h \Leftrightarrow 40 + 20 = h \Leftrightarrow h = 60$$

$$f(x) = -\frac{1}{10}x + 60, \text{ où } x \text{ est le nombre de kilomètres parcourus.}$$

Capacité du réservoir : 60 litres.

Nombre de litres restant après 100 km : $f(100) = -0,1 \cdot 100 + 60 = -10 + 60 = 50$ litres restant.

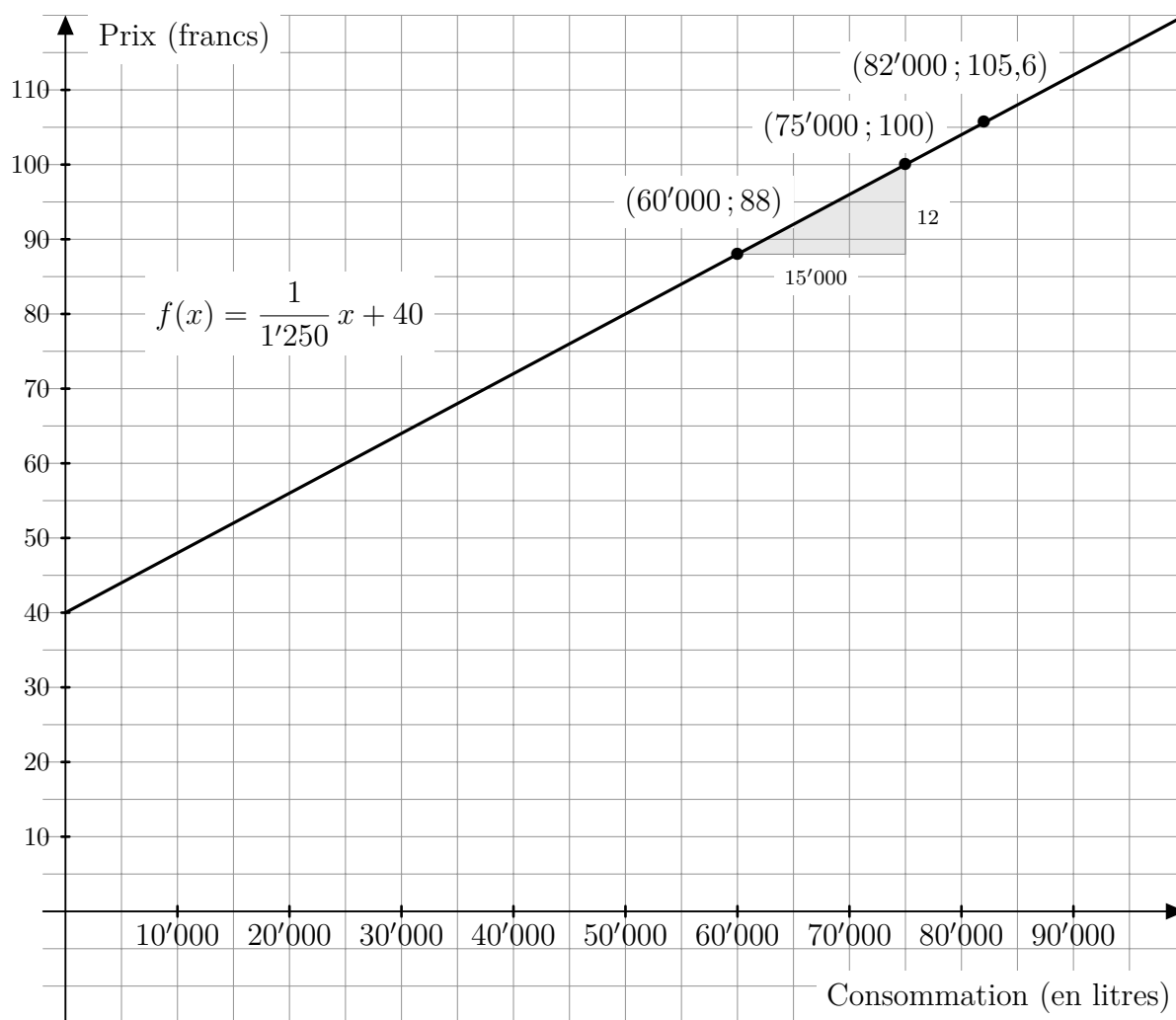
Consommation pour 100 km : $60 - 50 = 10$ litres. La voiture consomme 10 litres pour 100 km.

Variante :

La voiture consomme 25 litres pour 250 km. Elle consomme donc 10 litres pour 100 km.

Exercice 8.17

Une ville a installé de grandes usines pour alimenter ses citoyens en eau pure traitée. Cependant, elle doit en faire assumer les coûts au moyen d'une taxe d'eau composée d'une redevance fixe et d'une somme proportionnelle à la consommation. Pour 60000 litres d'eau consommée, la taxe est de 88 francs alors que pour 75000 litres, elle est de 100 francs. Si l'on sait avoir consommé 82000 litres d'eau, combien devra-t-on payer ? Et quel est le montant de la redevance fixe ?



$$\text{Pente de la droite : } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{100 - 88}{75'000 - 60'000} = \frac{12}{15'000} = \frac{1}{1'250} = 0,0008$$

$$y = 0,0008x + h$$

Pour trouver h , on remplace $(x; y)$ par $(75'000; 100)$:

$$100 = 0,0008 \cdot 75'000 + h \Leftrightarrow 100 = 60 + h \Leftrightarrow 100 - 60 = h \Leftrightarrow h = 40$$

$$f(x) = \frac{1}{1'250}x + 40, \text{ où } x \text{ est le nombre de litres consommés.}$$

Coût pour 82'000 litres :

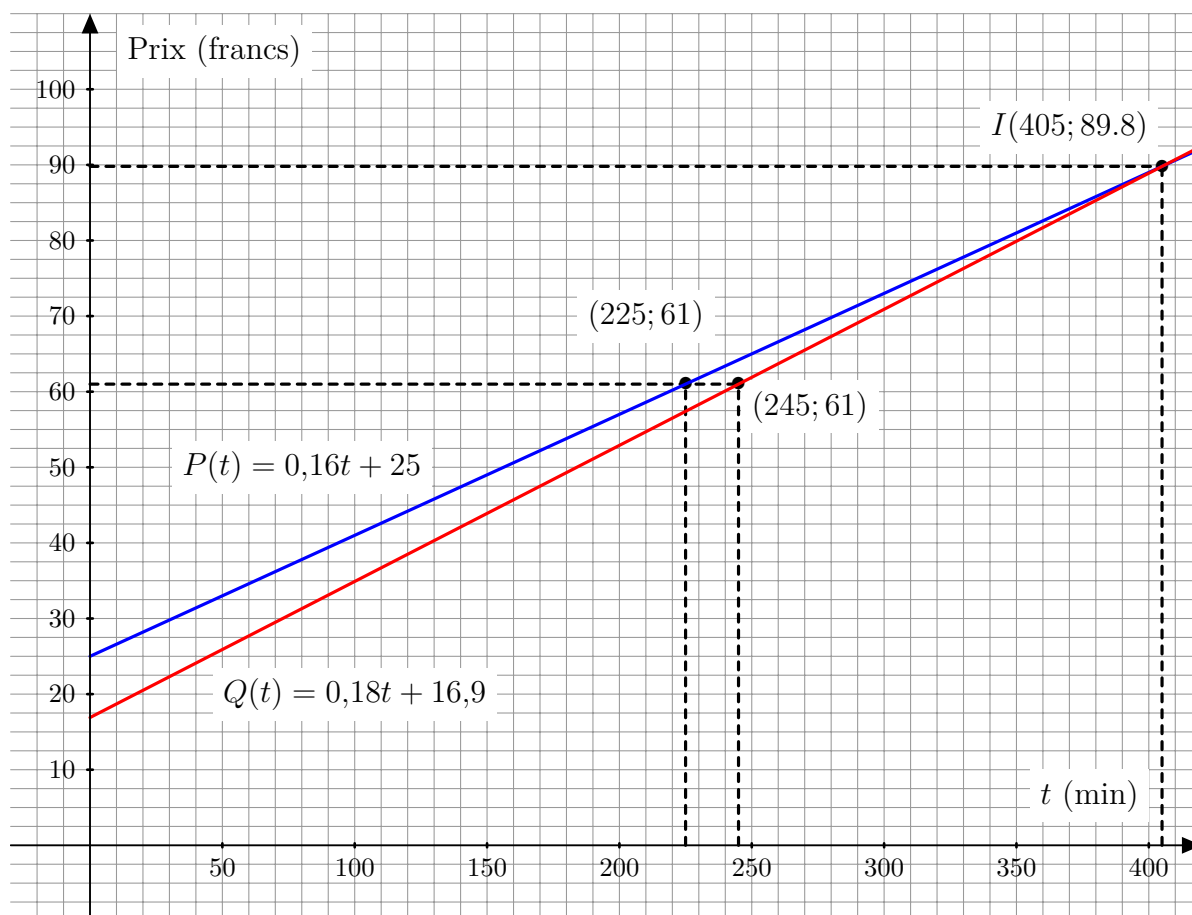
$$f(82'000) = \frac{1}{1'250} \cdot 82'000 + 40 = 65,6 + 40 = 105,60 \text{ francs.}$$

La redevance fixe est de 40 francs.

Exercice 8.18

Une personne souhaite comparer le prix d'un abonnement téléphonique : La société Telcom facture un abonnement de 25 francs par mois et le coût moyen (pour les communications les plus fréquentes de la personne) s'élève à 16 centimes la minute ; la société Transcom, elle, facture 16,90 francs son abonnement et le coût moyen s'élève à 18 centimes la minute.

- Exprimer le prix $P(t)$ (en francs) facturé par Telcom et le prix $Q(t)$ (en francs) facturé par Transcom en fonction du nombre de minutes t de communication par mois.
- Pour chaque société, à combien de minutes de communication correspond une facture de 61 francs ?
- Déterminer par calculs le nombre de minutes de communication par mois à partir duquel il est préférable de choisir la société Telcom.



a) Pour Telcom : Prix : $P(t) = 25 + 0,16 \cdot t \Rightarrow P(t) = 0,16t + 25$.

Pour Transcom : Prix : $Q(t) = 16,90 + 0,18 \cdot t \Rightarrow Q(t) = 0,18t + 16,9$.

b) Pour Telcom : $0,16t + 25 = 61 \Rightarrow 0,16t = 36 \Rightarrow t = 225 \text{ min} = 3\text{h}45$.

Pour Transcom : $0,18t + 16,9 = 61 \Rightarrow 0,18t = 44,1 \Rightarrow t = 245 \text{ min} = 4\text{h}05$.

c) On cherche pour combien de minutes les deux abonnements coûtent le même prix :

$$P(t) = Q(t) \Rightarrow 0,16t + 25 = 0,18t + 16,9 \Rightarrow 0,18t - 0,16t = 25 - 16,9 \Rightarrow 0,02t = 8,1 \Rightarrow$$

$$t = 405 \text{ min} = 6\text{h}45.$$

Il est préférable de prendre l'abonnement Telcom si l'on téléphone plus de 6h45 par mois.

Remarques :

Ceci correspond à $405/30 = 13,5 \text{ min/jour}$,

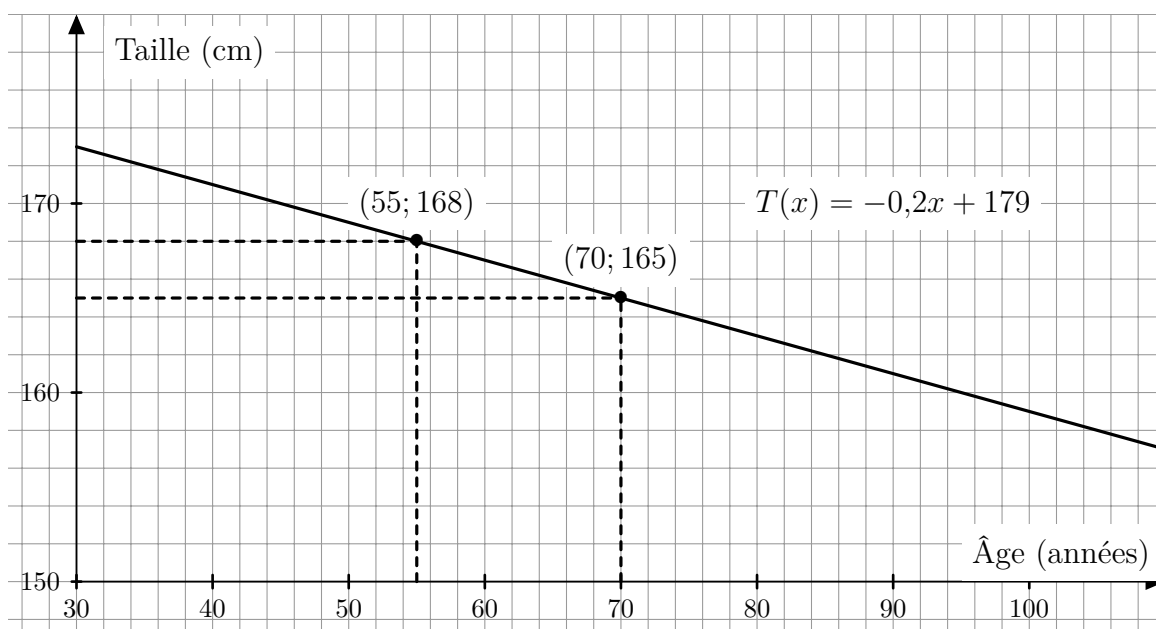
ce qui coûterait : $0,16 \cdot 405 + 25 = 89,80 \text{ francs par mois !}$

Exercice 8.19

On suppose que la taille d'une personne décroît de 2 mm chaque année à partir de 30 ans. Une personne mesure 173 cm à 30 ans.

- Prédire sa taille à 70 ans (au cm près) et donner la fonction qui associe à l'âge x (en années) de la personne sa taille $T(x)$ pour $x \geq 30$.
- Déterminer l'âge de la personne lorsqu'elle mesurera 168 cm.

Âge	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Taille (cm)	173	172,8	172,6	172,4	172,2	172,0	171,8	171,6	171,4	171,2	171,0



- À partir de 30 ans, sa taille diminuera de 2 mm = 0,2 cm par année.

Entre 30 ans et 70 ans, il s'écoulera 40 ans.

En 40 ans, elle perdra $40 \cdot 0,2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.

Elle mesurera donc $173 - 8 = 165 \text{ cm}$ à l'âge de 70 ans.

La fonction exprimant la taille de la personne (en cm) en fonction de l'âge est :

$$T(x) = 173 - (x - 30) \cdot 0,2 \Rightarrow T(x) = 173 - 0,2x + 6 \Rightarrow$$

$$T(x) = -0,2x + 179 \quad (\text{pour } x \geq 30)$$

Vérification : $T(70) = -0,2 \cdot 70 + 179 = -14 + 179 = 165 \text{ cm}$. OK!

Variante :

Pente de la droite passant par les points $(30; 173)$ et $(31; 172,8)$:

$$m = \frac{173 - 172,8}{30 - 31} = \frac{0,2}{-1} = -0,2.$$

$T(x) = -0,2x + h$. La droite passe par $(30; 173) \Rightarrow 173 = -0,2 \cdot 30 + h \Rightarrow$

$$173 = -6 + h \Rightarrow h = 173 + 6 = 179 \Rightarrow T(x) = -0,2x + 179.$$

b) $-0,2 \cdot x + 179 = 168 \Rightarrow -0,2x = -11 \Rightarrow 0,2x = 11 \Rightarrow x = 55.$

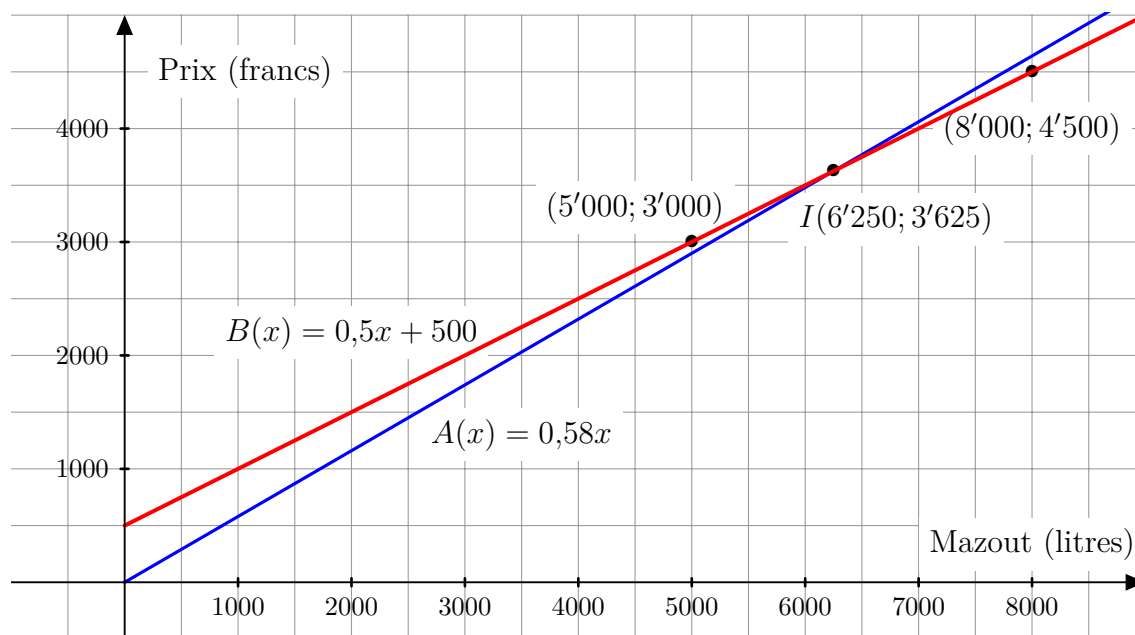
Lorsqu'elle mesurera 168 cm, elle aura 55 ans.

Exercice 8.20

L'entreprise A facture 0,58 francs par litre de mazout livré.

Le prix facturé par l'entreprise B est formé d'un forfait fixe de déplacement (indépendant de la quantité de mazout livrée) et d'un prix par litre de mazout livré. On sait que 5'000 litres de mazout coûtent 3'000 francs alors que 8'000 litres coûtent 4'500 francs.

- Représenter sur un même graphique le prix facturé y par les entreprises A et B en fonction du nombre de litres x de mazout livrés (pour x inférieur à 8'000 litres). Quel est le prix par litre de mazout et le forfait fixe de l'entreprise B ?
- Déterminer les deux fonctions $A(x)$ et $B(x)$ qui donne le prix facturé (en francs) selon la quantité de mazout livrée x (en litres).
- Calculer le nombre de litres de mazout à partir duquel il est plus avantageux de se fournir auprès de l'entreprise B .



- Pour l'entreprise B :

5'000 litres coûtent 3'000 francs (mazout + forfait).

8'000 litres coûtent 4'500 francs (mazout + forfait).

Donc, 3'000 litres de mazout coûtent 1'500 francs.

Donc, 1 litre de mazout coûte : $1'500/3'000=0,50$ francs.

5'000 litres de mazout coûtent : $5'000 \cdot 0,5 = 2'500$ francs.

Le forfait coûte : $3'000 - 2'500 = 500$ francs.

Variante :

Pente de la droite passant par les points $(5'000; 3'000)$ et $(8'000; 4'500)$:

$$m = \frac{4'500 - 3'000}{8'000 - 5'000} = \frac{1'500}{3'000} = 0,5.$$

$B(x) = 0,5x + h$. La droite passe par $(5'000; 3'000) \Rightarrow 3'000 = 0,5 \cdot 5'000 + h \Rightarrow$

$$3'000 = 2'500 + h \Rightarrow h = 3'000 - 2'500 = 500 \Rightarrow B(x) = 0,5x + 500.$$

Donc, 1 litre coûte 0,50 francs et le forfait est de 500 francs.

b) $A(x) = 0,58x$; $B(x) = 0,5x + 500$

c) On cherche le nombre de litres pour lequel les coûts sont égaux :

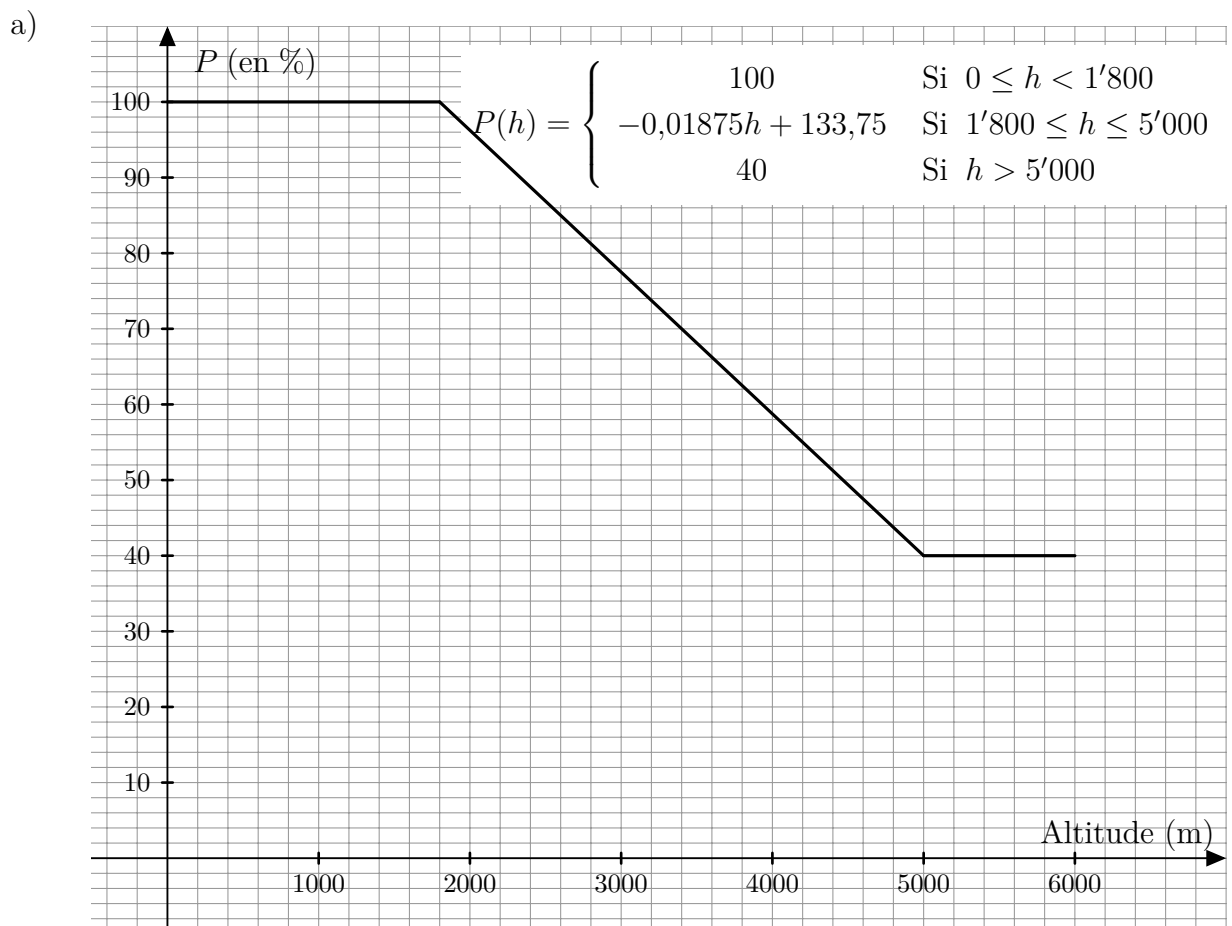
$$A(x) = B(x) \Rightarrow 0,58x = 0,5x + 500 \Rightarrow 0,08x = 500 \Rightarrow x = 6'250.$$

Pour une commande de plus de 6'250 litres, l'entreprise B devient plus avantageuse que l'entreprise A.

Exercice 8.21

En physiologie sportive, la puissance respiratoire P est définie en fonction de la prise d'oxygène maximale. Pour des altitudes inférieures à 1'800 m, la puissance respiratoire est optimale, c'est-à-dire 100 %. À partir de 1'800 m, P décroît linéairement du maximum de 100% à une valeur de 40% à 5'000 m ; P se stabilise ensuite à 40%.

- Représenter graphiquement la puissance respiratoire P en fonction de l'altitude h pour $0 \leq h \leq 6'000$.
- Exprimer la puissance respiratoire P (en %) en fonction de h pour $1'800 \leq h \leq 5'000$.
- Calculer la puissance respiratoire à Mexico (altitude de 2'400 m), site des jeux olympiques de 1968.



- b) Pente de la droite entre les points (1'800; 100) et (5'000; 40) :

$$m = \frac{100 - 40}{1'800 - 5'000} = \frac{60}{-3'200} = -\frac{3}{160} = -0,01875.$$

$$P(h) = -0,01875 \cdot h + h'.$$

La droite passe par le point (5'000; 40) $\Rightarrow 40 = -0,01875 \cdot 5'000 + h' \Rightarrow$

$$40 = -93,75 + h' \Rightarrow h' = 40 + 93,75 = 133,75.$$

$$P(h) = -0,01875h + 133,75 \quad (\text{pour } h \text{ compris entre } 1'800 \text{ m et } 5'000 \text{ m})$$

c) $P(2'400) = -0,01875 \cdot 2'400 + 133,75 = 88,75 \%$

Exercice 8.22

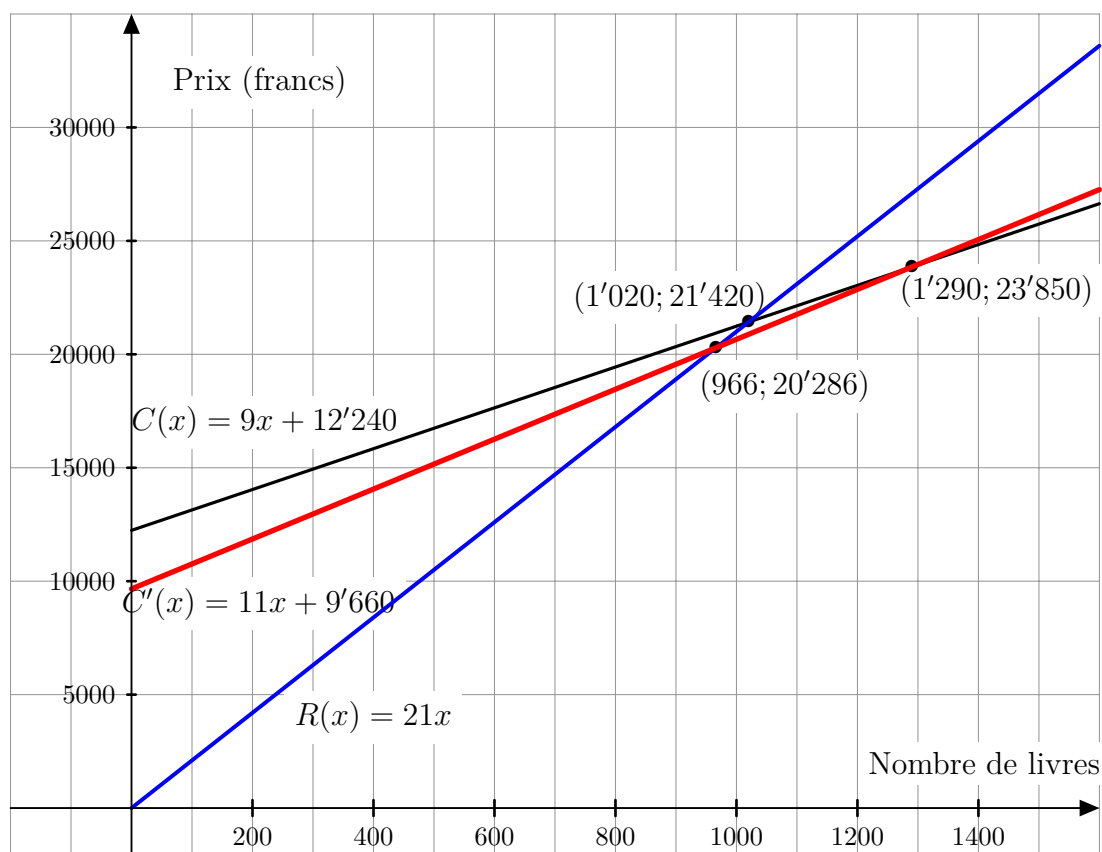
Un éditeur décide de publier des livres. Les coûts qu'il doit assumer sont formés de frais fixes (composition, montage, ...) s'élevant à 12'240 francs et des frais variables (impression, droits d'auteur, ...) qui s'élèvent à 9 francs par volume. Il vend ses livres 21 francs l'exemplaire.

- Déterminer le coût total $C(x)$ et le revenu $R(x)$ en fonction du nombre x de livres publiés.
- Représenter sur un même graphique les fonctions $C(x)$ et $R(x)$ pour $0 \leq x \leq 1'500$.
- À partir de combien de livres publiés, appelé **seuil de rentabilité**, le revenu est-il supérieur aux coûts ?
- On envisage un nouveau procédé de composition qui permet d'abaisser les coûts fixes à 9'660 francs ; par contre, les frais variables augmentent à 11 francs le livre. Déterminer la nouvelle fonction coût $C'(x)$. Quel est le seuil de rentabilité de ce nouveau procédé ?
- Jusqu'à combien de livres publiés a-t-on intérêt à changer de procédé de production si l'on souhaite améliorer son profit ?

a) Coût total : $C(x) = 12'240 + 9x \Rightarrow C(x) = 9x + 12'240$.

Revenu : $R(x) = 21x$.

b)



$$c) C(x) = R(x) \Rightarrow 9x + 12'240 = 21x \Rightarrow 12'240 = 12x \Rightarrow x = 1'020.$$

Le seuil de rentabilité est de 1'020 livres.

$$\textbf{Variante : Profit : } P(x) = R(x) - C(x) = 21x - (9x + 12'240) = 12x - 12'240.$$

Zéro de $P(x)$: 1'020. Le profit est nul pour 1'020 livres.

$$d) C'(x) = 11x + 9'660$$

$$C'(x) = R(x) \Rightarrow 11x + 9'660 = 21x \Rightarrow 9'660 = 10x \Rightarrow x = 966.$$

Le seuil de rentabilité est de 966 livres avec ce nouveau procédé.

$$\textbf{Variante : Profit : } P'(x) = R(x) - C'(x) = 21x - (11x + 9'660) = 10x - 9'660.$$

Zéro de $P'(x)$: 966. Le profit est nul pour 966 livres.

$$e) C(x) = C'(x) \Rightarrow 9x + 12'240 = 11x + 9'660 \Rightarrow 12'240 - 9'660 = 11x - 9x \Rightarrow 2'580 = 2x \Rightarrow x = 1'290.$$

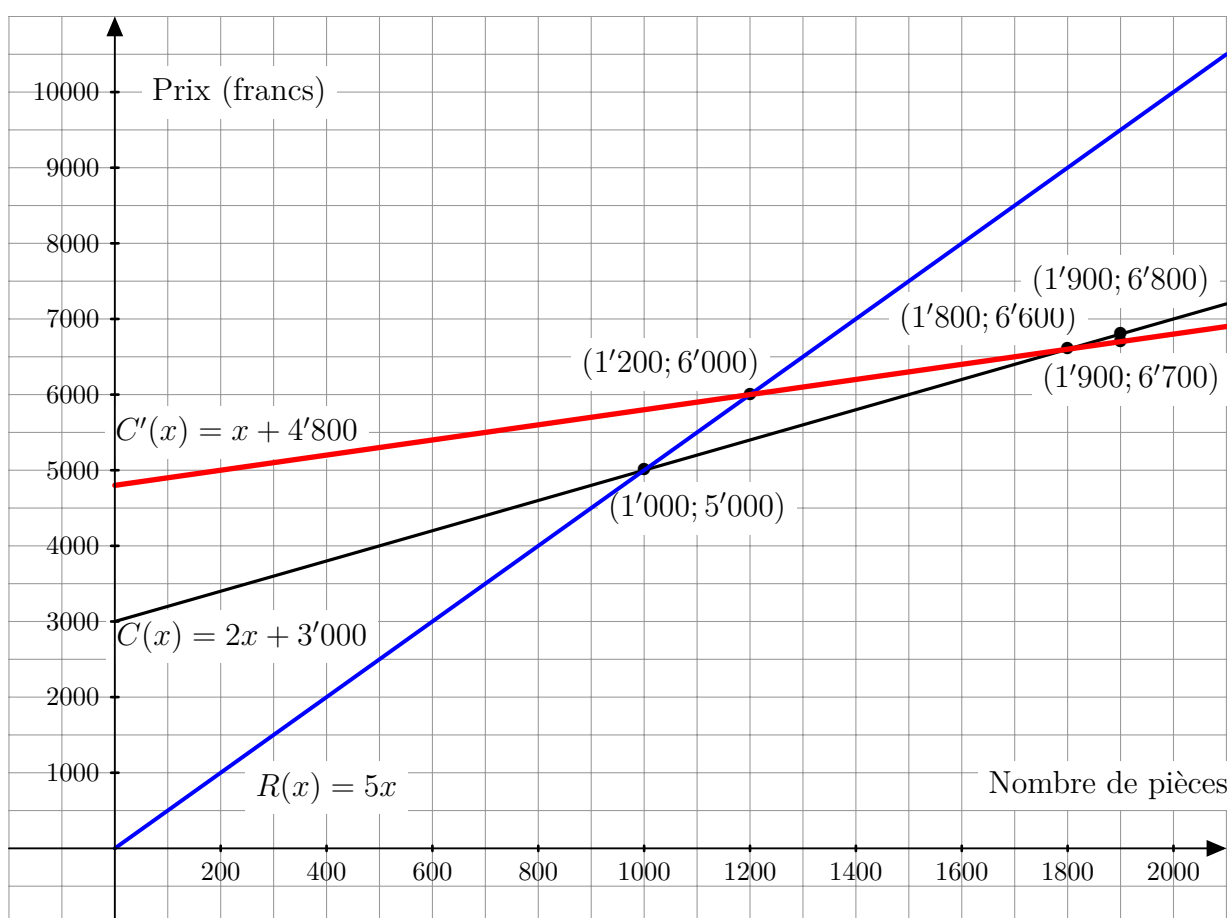
Jusqu'à 1'290 livres, le nouveau procédé coûte moins cher.

$$\textbf{Variante : } P(x) = P'(x) \Rightarrow 12x - 12'240 = 10x - 9'660 \Rightarrow 2x = 2'580 \Rightarrow x = 1'290.$$

Exercice 8.23

Un fabricant vend une pièce mécanique à 5 francs la pièce. Les frais fixes s'élèvent à 3'000 francs et les frais variables à 2 francs par pièce produite.

- Exprimer le revenu R provenant de la vente de la pièce et le coût total de production C (frais fixes et variables) en fonction du nombre x de pièces mécaniques vendues.
- Calculer le seuil de rentabilité.
- On propose à ce fabricant de modifier son installation de production. Les nouveaux frais fixes s'élèveraient alors à 4'800 francs et les frais variables à 1 franc par pièce produite.
 - Déterminer le nouveau coût total de production C' en fonction du nombre x de pièces mécaniques vendues. Déterminer le nouveau seuil de rentabilité.
 - Le fabricant décide de produire 1'900 pièces mécaniques ; il sait qu'il les vendra toutes. A-t-il intérêt à modifier son installation ? Justifier la réponse par calculs.



a) $R(x) = 5x$; $C(x) = 2x + 3'000$

b) $C(x) = R(x) \Rightarrow 2x + 3'000 = 5x \Rightarrow 3x = 3'000 \Rightarrow x = 1'000.$

Le seuil de rentabilité est de 1'000 pièces.

Variante : Profit : $P(x) = R(x) - C(x) = 5x - (2x + 3'000) = 3x - 3'000.$

Zéro de $P(x)$: 1'000. Le profit est nul pour 1'000 pièces.

c) 1) $C'(x) = x + 4'800$

$$C'(x) = R(x) \Rightarrow x + 4'800 = 5x \Rightarrow 4x = 4'800 \Rightarrow x = 1'200.$$

Le nouveau seuil de rentabilité est de 1'200 pièces.

Variante : Profit : $P'(x) = R(x) - C'(x) = 5x - (x + 4'800) = 4x - 4'800.$

Zéro de $P'(x)$: 1'200. Le profit est nul pour 1'200 pièces.

2) $C(1'900) = 2 \cdot 1'900 + 3'000 = 3'800 + 3'000 = 6'800$ francs.

$$C'(1'900) = 1'900 + 4'800 = 6'700$$
 francs.

Il a intérêt à changer car il économisera 100 francs.

Variante : $C(x) = C'(x) \Rightarrow 2x + 3'000 = x + 4'800 \Rightarrow x = 1'800.$

Pour plus de 1'800 pièces, le nouveau procédé est plus avantageux.

Exercice 8.24

Une société organise un concours de ski. Lorsque la finance d'inscription est fixée à 40 francs, les organisateurs savent qu'ils peuvent compter sur 120 participants ; ils supposent également que, chaque fois que la finance augmente de 5 francs, le nombre de participants baisse de 10 (il y a donc 110 participants si la finance est fixée à 45 francs, 100 participants si la finance est fixée à 50 francs et ainsi de suite).

- Calculer le nombre de participants pour une finance d'inscription fixée à 57 francs et déterminer la fonction qui donne le nombre N de participants en fonction du prix P (en francs) de la finance d'inscription.
- Il y a eu 68 participants ; à combien s'élevait la finance d'inscription ?
- Exprimer le prix P de la finance d'inscription en fonction du nombre N de participants .

Prix de l'inscription (francs)	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Nombre de participants	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0

- On perd 10 participants pour une augmentation de 5 francs.

On perd 2 participants pour une augmentation de 1 franc.

Si le prix est de 57 francs, le prix a augmenté de 17 francs,

on perd donc $17 \cdot 2 = 34$ participants.

Il y aura donc $120 - 34 = 86$ participants.

Cas général :

Si l'inscription coûte P francs

$P - 40 =$ l'augmentation de prix

$2 \cdot (P - 40) = 2P - 80 =$ le nombre de participants en moins

Nouveau nombre de participants $= 120 - (2P - 80) = 120 - 2P + 80 = 200 - 2P$.

Le nombre de participants N en fonction du prix P est donné par la fonction :

$$N(P) = 200 - 2P.$$

Variante, à l'aide de la pente, à la page suivante.

- $200 - 2P = 68 \Rightarrow 200 - 68 = 2P \Rightarrow 2P = 132 \Rightarrow P = 66$.

Pour 68 participants, l'inscription s'élevait à 66 francs.

$$c) N = 200 - 2P \Rightarrow 2P = 200 - N \Rightarrow P = 100 - \frac{1}{2}N.$$

Le prix P en fonction du nombre de participants N est donné par la fonction :

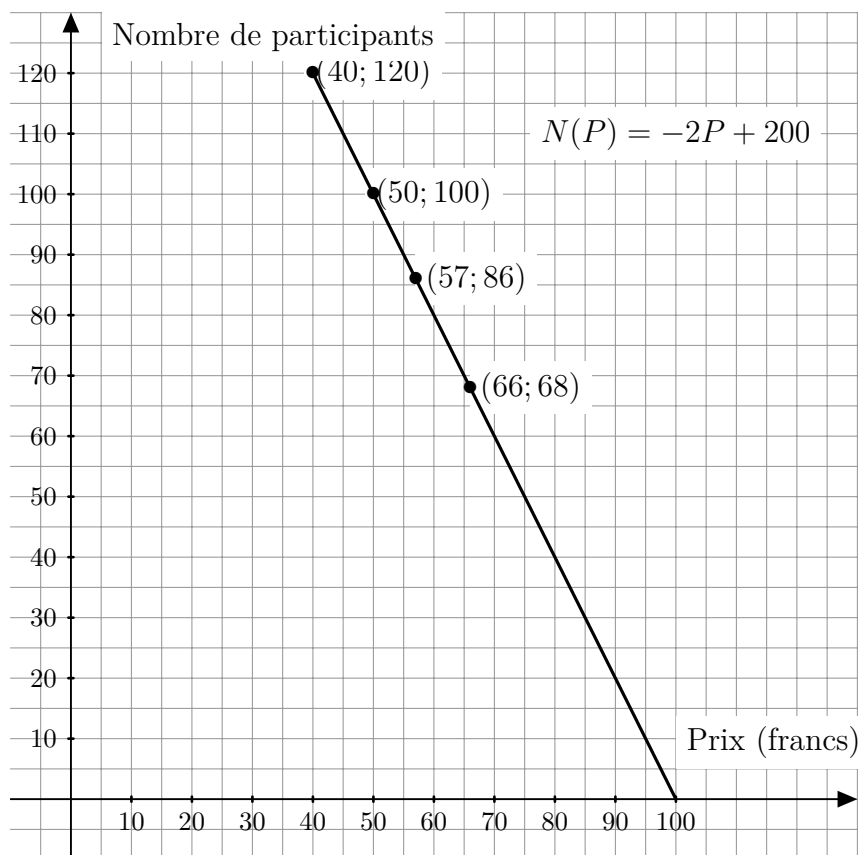
$$P(N) = 100 - \frac{1}{2}N.$$

Variante, à l'aide de la pente, à la fin de l'exercice.

Cf. graphique de $N(P)$, à la page suivante.

8.24

Variante :



$$\text{Pente de la droite : } m = \frac{120 - 100}{40 - 50} = \frac{20}{-10} = -2.$$

$$y = -2x + h. \text{ La droite passe par le point } (40; 120) \Rightarrow 120 = -2 \cdot 40 + h \Rightarrow 120 = -80 + h \Rightarrow$$

$$h = 120 + 80 = 200 \Rightarrow y = -2x + 200.$$

Le nombre de participants N en fonction du prix P est donné par la fonction :

$$N(P) = -2P + 200.$$

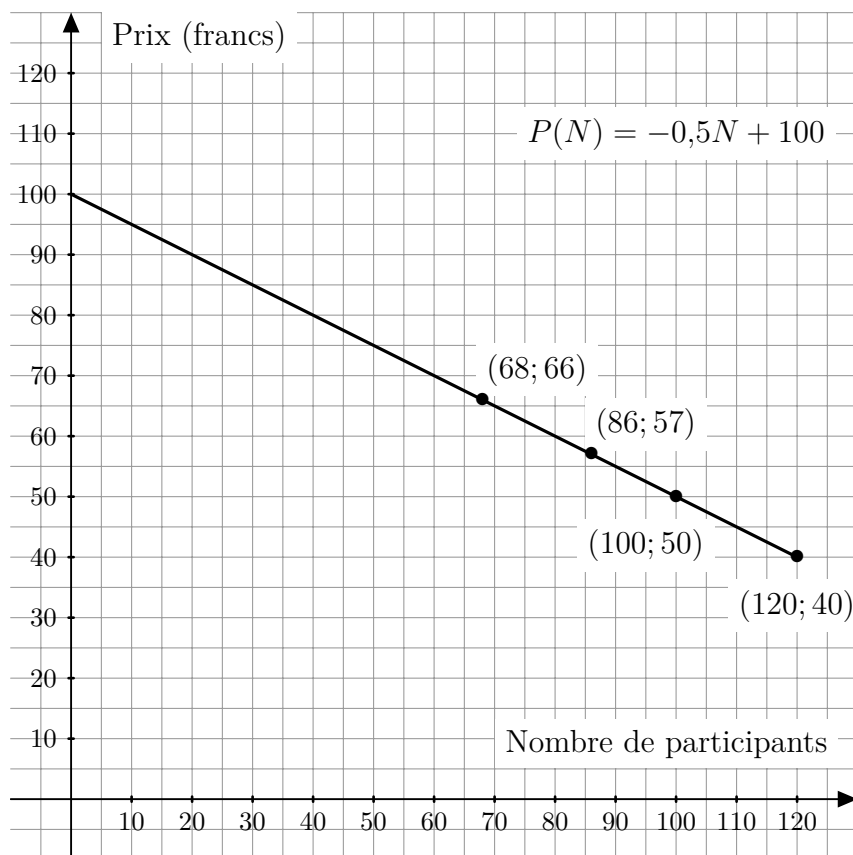
$$\text{Pour 57 francs : } N(57) = -2 \cdot 57 + 200 = -114 + 200 = 86.$$

Si le prix est de 57 francs, il y aura 86 participants.

Cf. graphique de $P(N)$, à la page suivante.

8.24

Variante (suite) :



$$\text{Pente de la droite : } m = \frac{50 - 40}{100 - 120} = \frac{10}{-20} = -0,5.$$

$$y = -0,5x + h. \text{ La droite passe par le point } (120; 40) \Rightarrow 40 = -0,5 \cdot 120 + h \Rightarrow 40 = -60 + h \Rightarrow$$

$$h = 40 + 60 = 100 \Rightarrow y = -0,5x + 100.$$

Le prix P en fonction du nombre de participants N est donné par la fonction :

$$P(N) = -\frac{1}{2}N + 100.$$

$$\text{S'il y a 68 participants : } P(68) = -0,5 \cdot 68 + 100 = -34 + 100 = 66.$$

S'il y a 68 participants, le prix était de 66 francs.

Exercice 8.25

La résistance électrique des matériaux conducteurs varie linéairement en fonction de la température.

La résistance d'un fil de cuivre est de 30Ω (Ohms) à 0°C et de 25Ω (Ohms) à -40°C .

- Exprimer la résistance R en fonction de la température T .
- Quelle est la résistance de ce fil à 40°C ? à 16°C ?
- À quelle température la résistance de ce fil est-elle de 36Ω ? de 18Ω ? de 40Ω ?
- Exprimer la température T en fonction de la résistance R .

- La droite passe par les points $(0; 30)$ et $(-40; 25)$.

$$\text{Pente de la droite : } m = \frac{30 - 25}{0 - (-40)} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

$y = 0,125x + h$. La droite passe par le point $(0; 30)$, donc $h = 30$.

$$y = 0,125x + 30.$$

La résistance R en fonction de la température T est donnée par la fonction :

$$R(T) = \frac{1}{8}T + 30.$$

- $R(40) = 0,125 \cdot 40 + 30 = 5 + 30 = 35$.

À une température de 40°C , la résistance est de 35Ω .

$$R(16) = 0,125 \cdot 16 + 30 = 2 + 30 = 32.$$

À une température de 16°C , la résistance est de 32Ω .

- Si $R = 36 \Omega$:

$$0,125T + 30 = 36 \Rightarrow 0,125T = 6 \Rightarrow T = 48.$$

Si la résistance est de 36Ω , la température est de 48°C .

Si $R = 18 \Omega$:

$$0,125T + 30 = 18 \Rightarrow 0,125T = -12 \Rightarrow T = -96.$$

Si la résistance est de 18Ω , la température est de -96°C .

Si $R = 40 \Omega$:

$$0,125T + 30 = 40 \Rightarrow 0,125T = 10 \Rightarrow T = 80.$$

Si la résistance est de 40Ω , la température est de 80°C .

$$d) R = 0,125T + 30 \Rightarrow 8R = T + 240 \Rightarrow T = 8R - 240.$$

La température T en fonction de la résistance R est donnée par la fonction :

$$T(R) = 8R - 240.$$

Remarque :

On aurait pu traiter la question d) avant la question e). Ainsi :

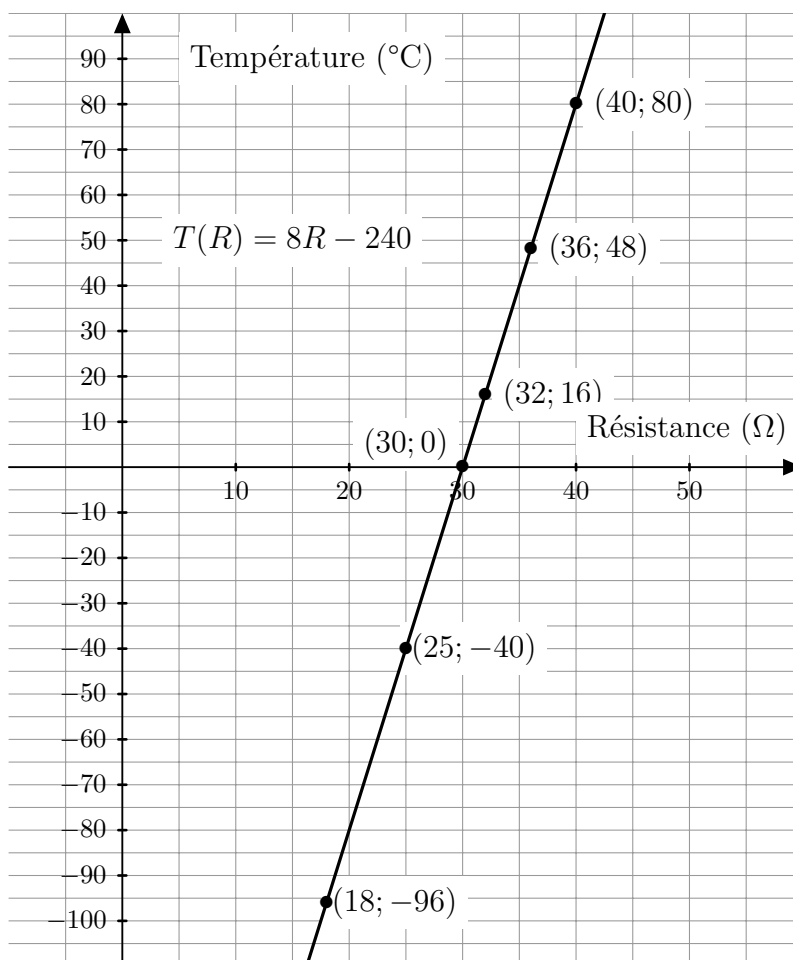
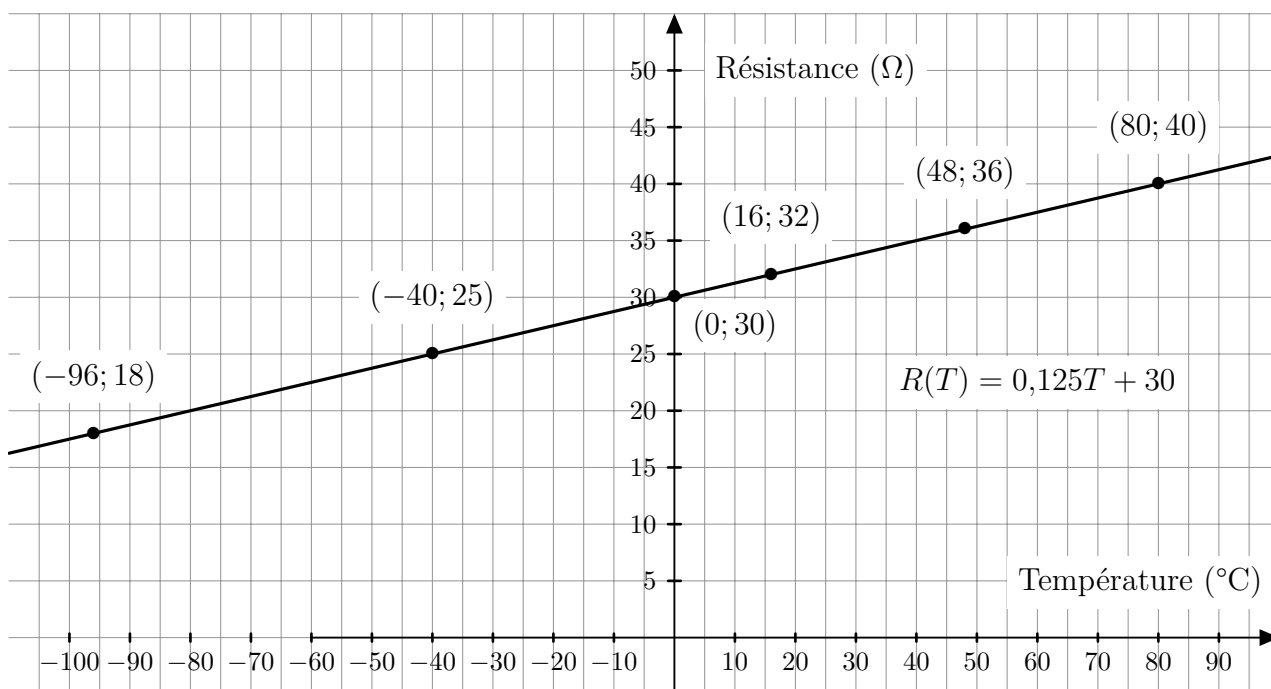
$$T(36) = 8 \cdot 36 - 240 = 288 - 240 = 48^\circ\text{C}.$$

$$T(18) = 8 \cdot 18 - 240 = 144 - 240 = -96^\circ\text{C}.$$

$$T(40) = 8 \cdot 40 - 240 = 320 - 240 = 80^\circ\text{C}.$$

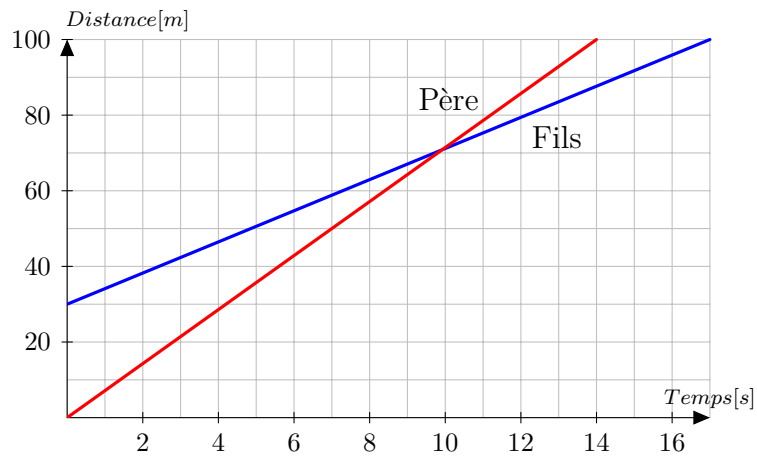
Supplément : Cf. graphiques de $R(T)$ et de $T(R)$, à la page suivante.

8.25 Supplément :

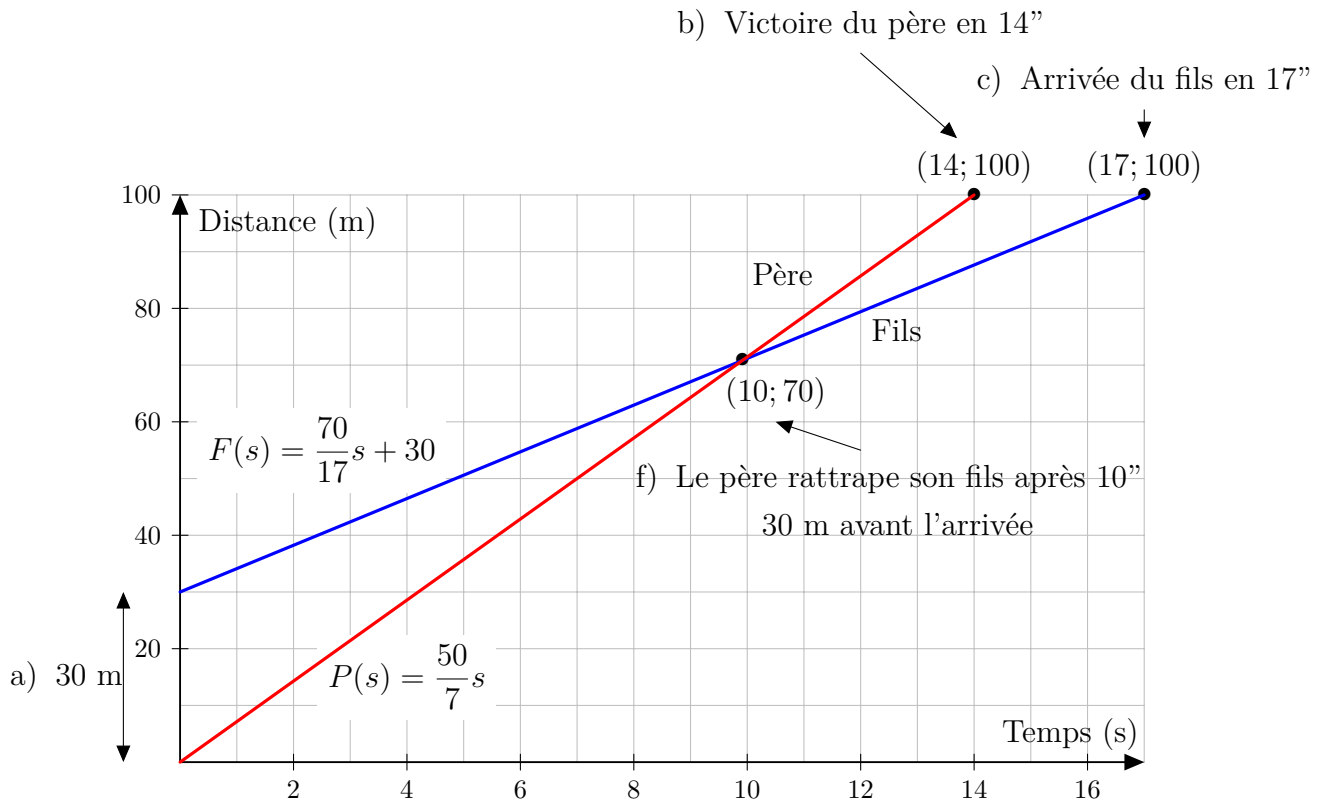


Exercice 8.26

Un père défie son fils au 100 m et lui laisse un certain nombre de mètres d'avance. Les graphes simplifiés de cette course sont donnés ci-dessous.



- Combien de mètres d'avance le père laisse-t-il au fils ?
- Qui a gagné ? En combien de temps ?
- Combien de temps faut-il au fils pour passer la ligne des 100 m ?
- Exprimer la distance parcourue par le père P en fonction des secondes écoulées. Faire de même pour la distance du fils F .
- Quelle est la vitesse du père ? celle du fils ?
- Le père et le fils ont-ils été côte à côte ? Si oui, estimer graphiquement après combien de temps de course.



- a) Le père laisse 30 m d'avance à son fils au départ de la course.
- b) Le père a gagné la course en 14 secondes, avec 12 m d'avance sur son fils.
- c) Le fils passe la ligne d'arrivée après 17 secondes.

d) Pour le père :

Il parcourt 100 m en 14 secondes. Sa vitesse est de $\frac{100}{14} \text{ m/s} = \frac{50}{7} \text{ m/s} \simeq 7,14 \text{ m/s}$.

$$P(s) = \frac{50}{7}s.$$

Pour le fils :

Il parcourt 70 m en 17 secondes. Sa vitesse est de $\frac{70}{17} \text{ m/s} \simeq 4,12 \text{ m/s}$.

$$F(s) = \frac{70}{17}s + 30.$$

e) $V_p \simeq 7,14 \text{ m/s}$ et $V_f \simeq 4,12 \text{ m/s}$

f) Oui, après environ 10 secondes.

Par calcul :

$$P(s) = F(s) \Rightarrow \frac{50}{7}s = \frac{70}{17}s + 30 \Rightarrow \frac{50 \cdot 17}{7 \cdot 17}s = \frac{70 \cdot 7}{17 \cdot 7}s + \frac{30 \cdot 7 \cdot 17}{7 \cdot 17} \Rightarrow$$

$$850s = 490s + 3'570 \Rightarrow 360s = 3'570 \Rightarrow s = \frac{3570}{360} = \frac{119}{12} \simeq 9,9 \text{ secondes.}$$

$$\text{Distance : } P\left(\frac{119}{12}\right) = \frac{50}{7} \cdot \frac{119}{12} = \frac{50 \cdot 119}{7 \cdot 12} = \frac{425}{6} \simeq 70,8 \text{ m} \simeq 71 \text{ m.}$$

Le père rattrape son fils après 9,9'', 29 m avant l'arrivée!