

1C

## FONCTIONS AFFINES

### 1) Notion de fonction

Une fonction  $f$  d'un ensemble  $D$  vers un ensemble  $A$  est une correspondance qui associe à tout élément  $x = a$  de  $D$  exactement un élément  $y = b$  de  $A$

- $D$  est appelé l'ensemble de départ de la fonction  $f$
- $A$  est appelé l'ensemble d'arrivée de la fonction  $f$
- l'élément  $y = b \in B$  correspondant de  $x = a \in A$  par  $f$ , est appelé l'image de  $a$  par  $f$  et est noté  $f(a)$

La fonction se note souvent :

$$f : D \rightarrow A$$
$$x \mapsto f(x)$$

\* Une fonction peut être donnée de trois manières :

- À l'aide d'un tableau de valeurs : le tableau associe les diverses valeurs  $x$  et  $y$  qui se correspondent
- À l'aide d'un graphique : on représente dans un système d'axe  $Oxy$  la courbe représentative ou le graphe de la fonction, soit l'ensemble des points  $(x; y)$  du plan pour lesquels  $x$  et  $y$  se correspondent.

c) À l'aide d'une expression algébrique : on donne la formule  $f(x)$  permettant d'obtenir le correspondant de  $x$  par  $f$ .

## 2) Fonctions affines

- Les fonctions affines sont les fonctions du type :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto mx + h, \quad m, h \in \mathbb{R}$$

• Dans le cas où  $h = 0$  et  $m \neq 0$ , on dit que la fonction  $f(x) = mx$  est une fonction linéaire.

• Dans le cas où  $m = 0$ , on dit que la fonction  $f(x) = h$  est une fonction constante.

- le graphe d'une fonction affine est une droite. Si  $f(x) = mx + h$ ,

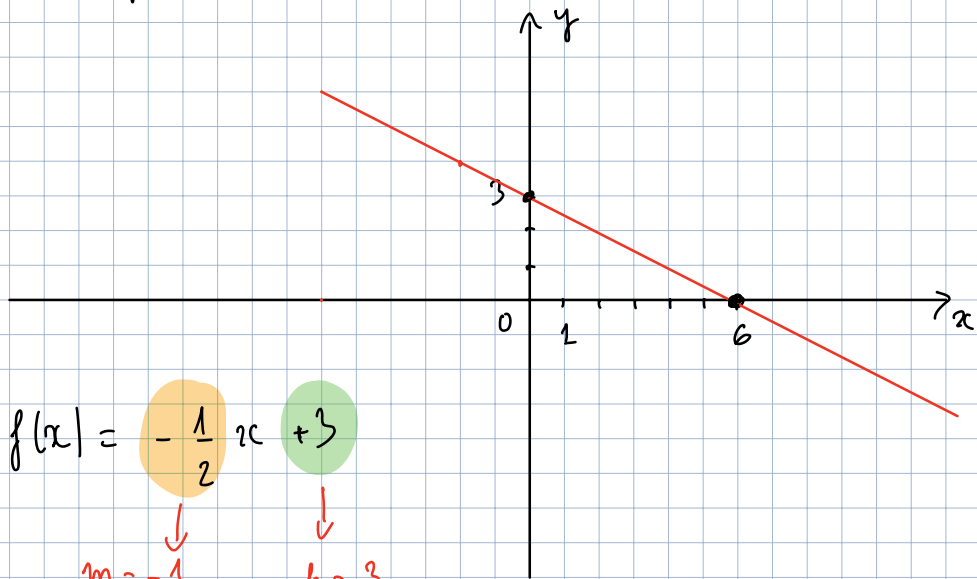
on a :

• le nombre  $m$  est la pende de la droite.

• le nombre  $h$  est l'ordonnée à l'origine de la droite : le point  $(0; h)$  est l'intersection de la droite avec le deuxième axe de coordonnées.

• les points du graphe de  $f$  sont les solutions de l'équation  $y = mx + h$ , appelée équation cartésienne du graphe de  $f$ .

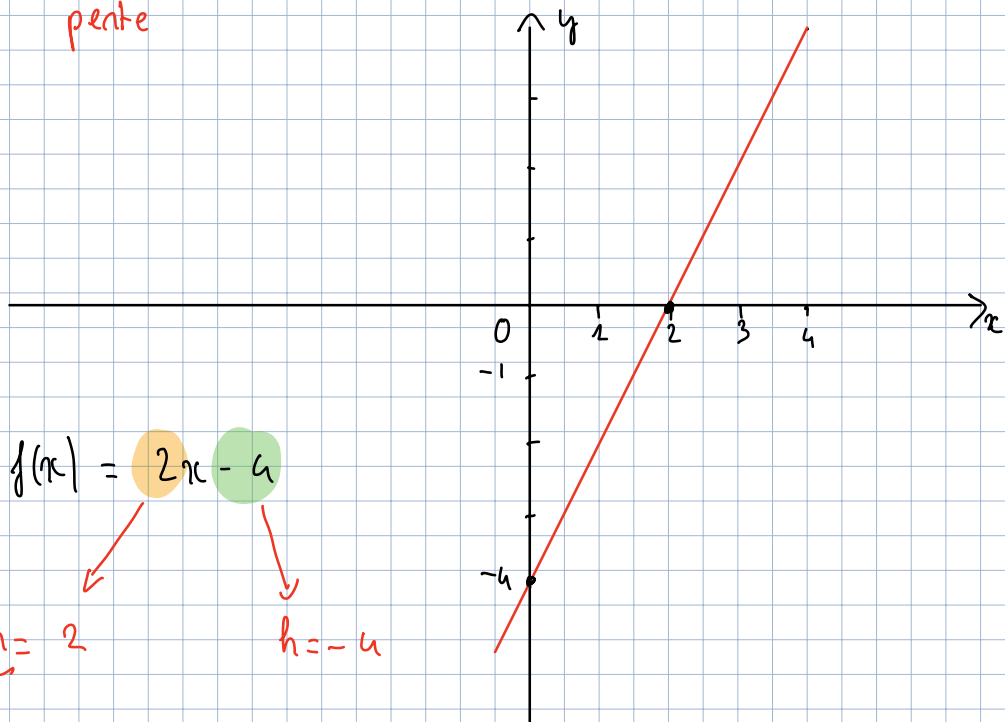
Exemples :



$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$m = -\frac{1}{2}$   
↓  
pente

$h = 3$



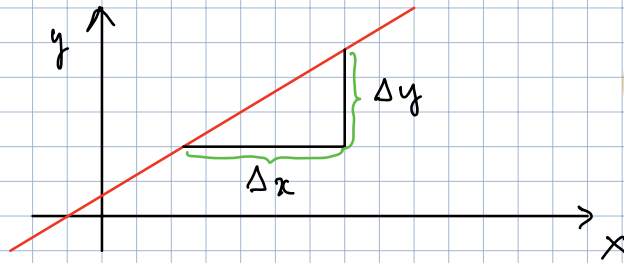
$$f(x) = 2x - 4$$

$m = 2$   
↓  
pente

$h = -4$

### 3) Pente d'une droite

La pente d'une droite est le rapport  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$  où  $\Delta x$  est un l'accroissement selon l'axe  $Ox$  et  $\Delta y$  l'accroissement correspondant selon l'axe  $Oy$ .



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

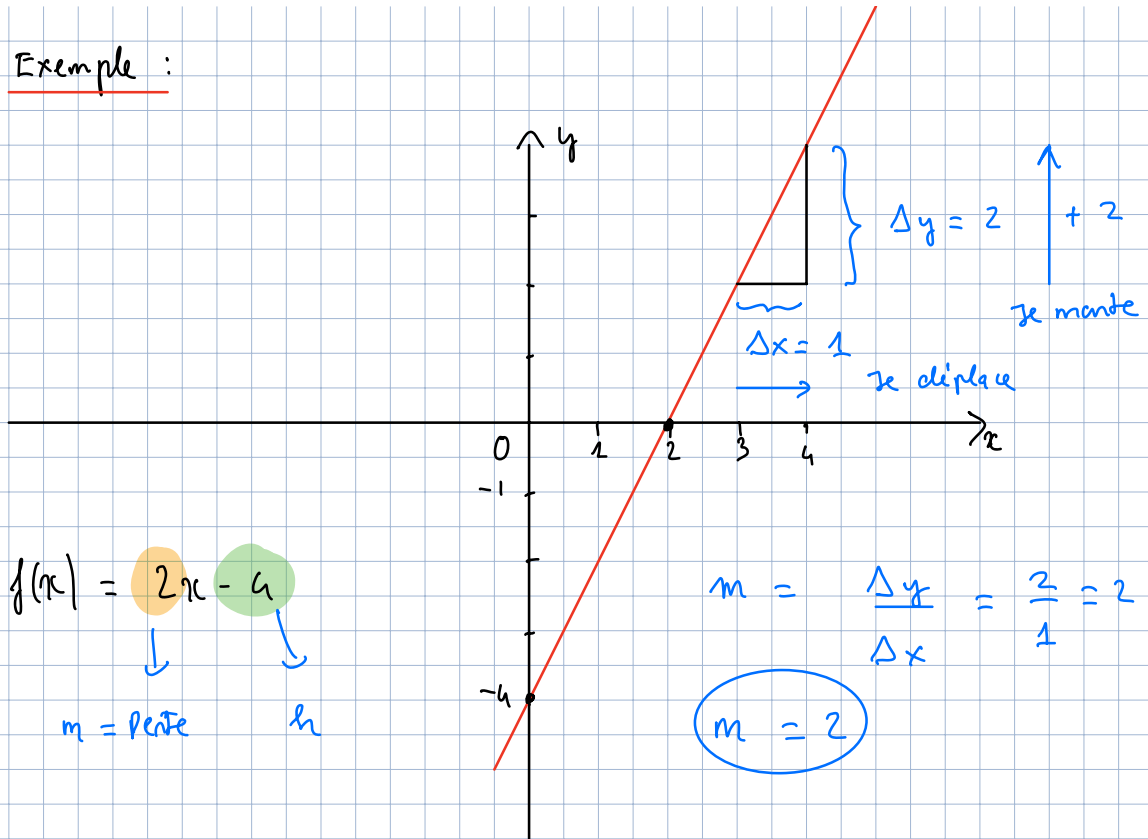
Pour trouver la pente  $m$  d'une droite donnée, on peut choisir deux points  $A(a_1; a_2)$  et  $B(b_1; b_2)$  sur la droite, déterminer la différence des abscisses  $\Delta x = b_1 - a_1$  et la différence des ordonnées  $\Delta y = b_2 - a_2$ . La pente  $m$  est égale au quotient

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}$$

! Le quotient  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  est indépendant du choix des points  $A$  et  $B$ .

$$m = \frac{\text{"(+)" monte / (-) descend de}}{\text{"l'avance de"}}$$

Exemple :



$y = 3x + 2$

$m = ?$   
 $h = \text{ordonnée à l'origine ?}$

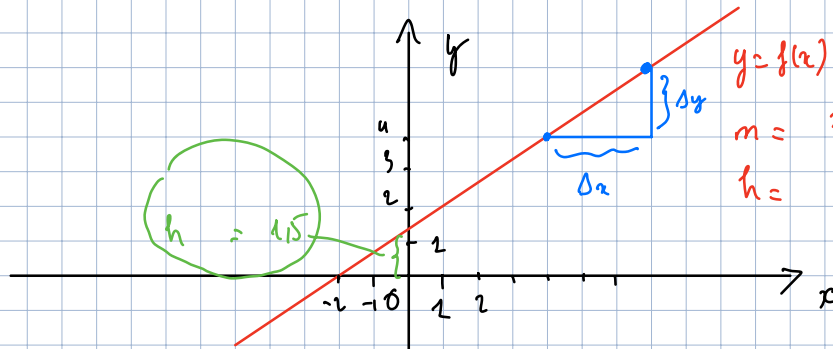
$m = \cancel{3}$       3  
 $h = 2$  ✓

→  $y = mx + h$

$$y = -\frac{1}{3}x - 3$$

$$m = -\frac{1}{3}$$

$$h = -3$$



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{3} = m$$

$$y = f(x) = mx + h$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$$