Ensembles et intervalles

Ensembles et intervalles

a) Ensembles

Une collection d'objets est un **ensemble** lorsque l'on peut dire avec certitude si un objet donné appartient ou non à la collection.

Ces objets sont les **éléments** de l'ensemble

- Si l'élément x **appartient** à l'ensemble E, on écrit $x \in E$
- Si l'élément x **n'appartient pas** à l'ensemble E, on écrit $x \notin E$

* Sous-ensemble :

Si tous les éléments de l'ensemble A appartiennent à l'ensemble B, on dit que A est un **sous-ensemble** de B. On note $A \subset B$ et on lit « A strictement inclus dans B »

$A \subset B$

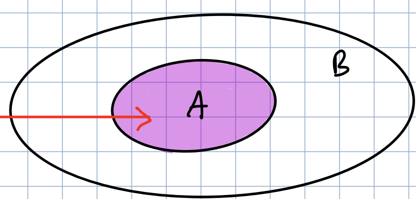

Diagramme de Venn

Remarques :

- $A \subset B$
- Si $A \subset B$ et $B \subset C$, alors $A \subset C$
- $A = B$ si et seulement si ($A \subset B$ et $B \subset A$)

Exemple :

$A = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$, $B = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ et $C = \{3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

L'ensemble A est un sous-ensemble de B, mais A n'est pas un sous-ensemble de C

* Ensembles de nombres : Rappel

$\mathbb{N}$: ensemble des nombres naturels, $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}$

$\mathbb{N}^*$: ensemble des nombres naturels non nuls, $\mathbb{N}^* = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}$

$\mathbb{Z}$: ensemble des nombres entiers (relatifs), $\mathbb{Z} = \{\dots ; -1 ; 0 ; 1 ; \dots\}$

$\mathbb{Q}$: ensemble des nombres rationnels (fractions)

$\mathbb{R}$: ensemble des nombres réels

$\mathbb{R}_+$: ensemble des nombres réels positifs

$\emptyset$: ensemble vide, également noté $\{ \}$ (ensemble qui ne contient aucun élément)

b) Intervalles réels

Si a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$, on note :

* $[a ; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

→ intervalle fermé :

* $]a ; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

→ intervalle ouvert :

* $[a\,;\,b[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

* $[a\,;\,+\infty[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$

* $]-\infty\,;\,b[\; = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$