

Résoudre les équations suivantes :

a)  $|x+7| - |4x+1| = 3$  (\*)

\* valeurs frontières :

$$x+7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

$$4x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

\* Définitions :

$$|x+7| = \begin{cases} x+7 & \text{si } x \geq -7 \\ -x-7 & \text{si } x < -7 \end{cases}$$

$$|4x+1| = \begin{cases} 4x+1 & \text{si } x \geq -\frac{1}{4} \\ -4x-1 & \text{si } x < -\frac{1}{4} \end{cases}$$

\* Tableau :

x	$-\infty$	$-7$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
$ x+7 $	$-x-7$	○	$x+7$	$x+7$
$ 4x+1 $	$-4x-1$	$-4x-1$	○	$4x+1$
(*)	$-x-7 - (-4x-1) = 3$	$x+7 - (-4x-1) = 3$	$x+7 - (4x+1) = 3$	

cas 3

cas 2

cas 1

\* cas 1 :

$$x \geq -\frac{1}{4}$$

$$(*) \text{ (1)} \quad x+7 - (4x+1) = 3 \Rightarrow x+7 - 4x - 1 = 3 \quad | -7+1$$

$$\Rightarrow -3x = 3-7+1 = -3 \Rightarrow x = 1 \quad \text{OK}$$

\* cas 2 :

$$-7 \leq x < -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} (+) (-) \quad x+7 - (-4x-1) &= 3 \quad \Rightarrow \quad x+7+4x+1=3 \\ \Rightarrow 5x+8 &= 3 \quad \Rightarrow \quad 5x = -5 \quad \Rightarrow \quad x = -1 \quad \text{OK} \end{aligned}$$

\* cas 3 :

$$x < -7$$

$$\begin{aligned} (+) (-) \quad -x-7 - (-4x-1) &= 3 \quad \Rightarrow \quad -x-7+4x+1=3 \\ \Rightarrow 3x-6 &= 3 \quad \Rightarrow \quad 3x = 9 \quad \Rightarrow \quad x = 3 \quad \text{NON} \\ & \text{car } x \text{ doit} \\ & \text{\u00eatre } < -7 \end{aligned}$$

Donc  $S = \{-1; 1\}$

$$b) |x+7| - |4x-1| = 3 \quad (*)$$

\* valeurs frontières :

$$x+7=0 \Rightarrow x=-7$$

$$4x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

\* Définitions :

$$|x+7| = \begin{cases} x+7 & \text{si } x \geq -7 \\ -x-7 & \text{si } x < -7 \end{cases}$$

$$|4x-1| = \begin{cases} 4x-1 & \text{si } x \geq \frac{1}{4} \\ -4x+1 & \text{si } x < \frac{1}{4} \end{cases}$$

\* Tableau :

x	$-\infty$	$-7$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$ x+7 $	$-x-7$	○	$x+7$	$x+7$
$ 4x-1 $	$-4x+1$	$-4x+1$	○	$4x-1$
(*)	$-x-7 - (-4x+1) = 3$	$x+7 - (-4x+1) = 3$	$x+7 - (4x-1) = 3$	

cas 3

cas 2

cas 1

\* cas 1 :

$$x \geq \frac{1}{4}$$

$$(+ | c=) \quad x+7 - (4x-1) = 3 \Rightarrow x+7 - 4x+1 = 3 \quad | -7-1$$

$$\Rightarrow -3x = 3-7-1 = -5 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \quad \text{OK}$$

\* Cas 2 :  $-7 \leq x < \frac{1}{3}$

(\*)  $\Leftrightarrow x+7 - (-4x+1) = 3 \Rightarrow x+7 + 4x - 1 = 3$

$\Rightarrow 5x+6 = 3 \Rightarrow 5x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{5}$  OK

\* Cas 3 :  $x < -7$

(\*)  $\Leftrightarrow -x-7 - (-4x+1) = 3 \Rightarrow -x-7 + 4x - 1 = 3$

$\Rightarrow 3x - 8 = 3 \Rightarrow 3x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{3}$  non à éliminer  
car  $x$  doit être  $< -7$

Donc

$$S = \left\{ -\frac{3}{5} ; \frac{1}{3} \right\}$$