CORRIGÉ

1M

2022 - 2023

TRIGONOMÉTRIE - Le triangle quelconque

4.4 Chaque ligne du tableau ci-dessous donne des informations sur un triangle ABC quelconque On sait que l'on a mesuré les longueurs en centimètres et les angles en degrés.

	a	b	c	α	β	γ	$\mathcal{A}$
a)	5	6	7				
b)	5	7		35			
c)	4	9				54	
d)			8	40	80		
e)	6	5					12
f)		4		70			10

a) En utilisant uniquement les informations données dans le tableau ci-dessus avant qu'il ne soit complété, construire les triangles des points a), c) et d) à l'aide de la règle et du compas, en utilisant un rapporteur pour tracer les angles si nécessaire. Rédiger la marche à suivre de chaque construction.

b) Compléter le tableau par calcul.

a) Triangle a) : on connaît a, b et c où a = 5 cm, b = 6 cm et b = 7 cm

⇒ Construction :

- Tracer a = BC de longueur 5 cm
- Tracer cercle de centre B et de rayon 7 cm

$C_1(B ; 7)$

- Tracer cercle de centre C et de rayon 6 cm

$C_2(C ; 6)$

- C_2 coupe C_1 en A
- Relier AB et AC

Triangle c) : On connaît 2 côtés et un angle

$a = 4$ cm, $b = 9$cm et $\gamma = 54°$

⇒ **Construction** :

- Tracer $a = [BC]$ de longueur 4cm
- Construire le segment $b = [CA]$ de longueur 9 et formant un angle de 54° avec $[BC]$ (utiliser le rapporteur)
- Relier $[AC]$

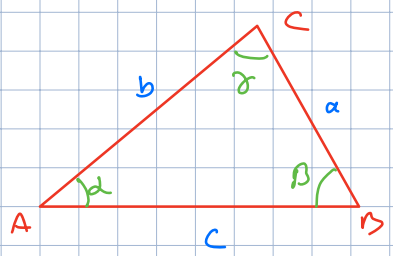
Triangle d) : On connaît un côté et 2 angles

$c = 8$ cm, $\alpha = 40°$ et $\beta = 80°$

⇒ **Construction** :

- Tracer $c = [AB]$ de longueur 8 cm
- Tracer une demi-droite d_1 issue de A et formant un angle de 40° avec $[AB]$ (utiliser le rapporteur)
- Tracer une demi-droite d_2 issue de B et formant un angle de 80° avec $[AB]$, d_2 coupe d_1 en C
- Relier $[AC]$ et $[BC]$

b) Compléter le tableau par calcul



* Calculs a) :

- par théorème du cosinus :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\ )$$

$$\Rightarrow \cos(\gamma) = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$\Rightarrow \cos(\gamma) = \frac{5^2+6^2-7^2}{2\cdot 5\cdot 6} \Rightarrow \gamma \simeq 78,46°$$

- par théorème du sinus :

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow \frac{5}{\sin(\alpha)} = \frac{7}{\sin(\gamma)}$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{5\cdot \sin(78,46°)}{7} \Rightarrow \alpha \simeq 44,42°$$

- La somme des mesures des angles d'un triangle est 180° :

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180°$$

$$\Rightarrow \beta = 180° - \alpha - \gamma = 180° - 78,46° - 44,42°$$

$$\Rightarrow \beta \simeq 57,12°$$

- par théorème de l'aire :

$$A = \frac{1}{2}ab\sin(\gamma) = \frac{1}{2}ac\sin(\beta) = \frac{1}{2}bc\sin(\alpha)$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2}ab\sin(\gamma) = \frac{1}{2}5\cdot 6\sin(78,46°) \Rightarrow A \simeq 14,7$$

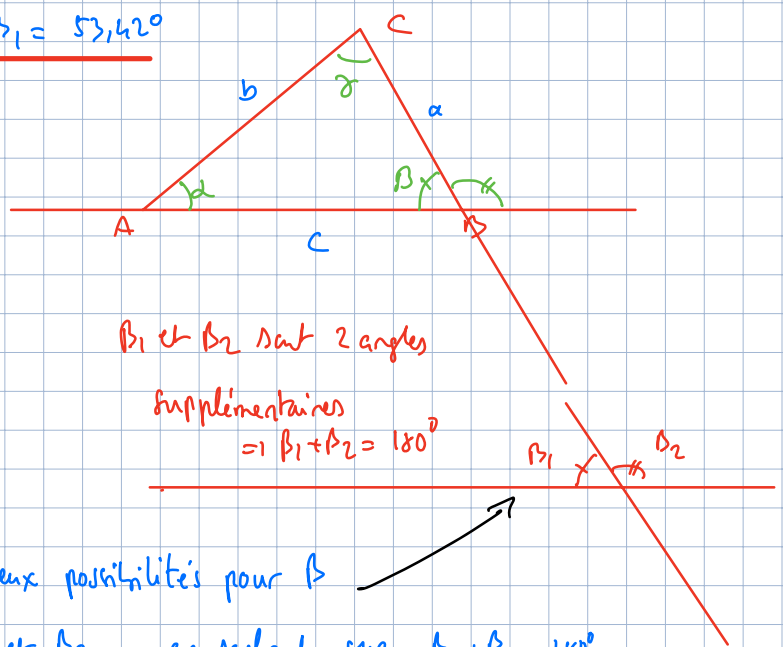
* Calculs b) : a , b et α

- par théorème des sinus :

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \Rightarrow \frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{\sin(35°)} = \frac{7}{\sin(\beta)} \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{7 \cdot \sin(35°)}{5}$$

$\Rightarrow \beta_1 = 53,42°$



β_1 et β_2 sont 2 angles supplémentaires

$\Rightarrow \beta_1 + \beta_2 = 180°$

On a deux possibilités pour β

β_1 et β_2 en sachant que $\beta_1 + \beta_2 = 180°$

on a trouvé $\beta_1 = 53,42°$

$\Rightarrow \beta_2 = 180° - 53,42° = 126,58°$

$\beta_2 = 126,58°$

- La somme des mesures des angles d'un triangle est 180° :

• avec $\beta_1 = 53,42°$

$\Rightarrow \alpha + \beta_1 + \gamma_1 = 180° \Rightarrow \gamma_1 = 180° - \alpha - \beta_1$

$\Rightarrow \gamma_1 = 180° - 35° - 53,42° \Rightarrow \gamma_1 = 91,58°$

• Avec $\beta_2 = 126,58°$

$\Rightarrow \alpha + \beta_2 + \gamma_2 = 180° \Rightarrow \gamma_2 = 180° - \alpha - \beta_2$

$\Rightarrow \gamma_2 = 180° - 35° - 126,58° \Rightarrow \underline{\gamma_2 = 18,42°}$

- par théorème des sinus :

$$\frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{a}{\sin(\alpha)} \Leftrightarrow c_1 = \frac{a \cdot \sin(\gamma_1)}{\sin(\alpha)} = \frac{5 \cdot \sin(91,58°)}{\sin(35°)}$$

$\Rightarrow \underline{c_1 \simeq 8,71}$

et $c_2 = \dfrac{a \cdot \sin(\gamma_2)}{\sin(\alpha)} = \dfrac{5 \cdot \sin(18,42°)}{\sin(35°)} \Rightarrow \underline{c_2 \simeq 2,75}$

- par théorème de l'aire :

On a 2 valeurs de γ $\Rightarrow$ donc 2 valeurs A

• $A_1 = \frac{1}{2} ab \sin(\gamma_1) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 \cdot \sin(91,58°) \Rightarrow \underline{A_1 \simeq 17,49}$

• $A_2 = \frac{1}{2} ab \sin(\gamma_2) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 \cdot \sin(18,42°) \Rightarrow \underline{A_2 \simeq 5,53}$

* Calculs c) :

- par théorème de l'aire :

$A = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9 \cdot \sin(54°) \Rightarrow \underline{A \simeq 14,56}$

- par théorème du cosinus :

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$

$\Rightarrow c = \sqrt{4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \cos(54°)} \Rightarrow c \simeq 7.39$

- par théorème du sinus :

$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{a \cdot \sin(\gamma)}{c} = \frac{4 \cdot \sin(54°)}{7.39} \Rightarrow \alpha \simeq 25,95°$

- La somme des mesures des angles d'un triangle est 180° :

$\alpha + \beta + \gamma = 180° \Rightarrow \beta = 180° - \alpha - \gamma$

$\Rightarrow \beta = 180° - 25,95° - 54° \Rightarrow \beta \simeq 100.05°$

* calculs d) :

- La somme des mesures des angles d'un triangle est 180° :

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180° \Rightarrow \gamma = 180° - \beta - \gamma = 180° - 40° - 80° \Rightarrow \gamma = 60°$

- par théorème du sinus :

$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$

$\Leftrightarrow \frac{8}{\sin(60°)} = \frac{a}{\sin(40°)} = \frac{b}{\sin(80°)}$

$\Rightarrow a = \frac{8 \cdot \sin(40°)}{\sin(60°)} \Rightarrow a \simeq 5.94$

$\Rightarrow b = \frac{8 \cdot \sin(80°)}{\sin(60°)} \Rightarrow b \simeq 9,1$

- par théorème de l'aire :

$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 8 \cdot \sin(40°) \Rightarrow A \simeq 23,39$

* Calculs c1 :

- par théorème de l'aire :

$A = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(\gamma) \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \sin(\gamma)$

(A : l'aire connue)

$\Rightarrow 24 = 30 \cdot \sin(\gamma) \Rightarrow \sin(\gamma) = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow \gamma_1 \simeq 53,13°$

$\Rightarrow \gamma_2 = 180° - 53,13° = 126,87°$ (angles supplémentaires)

- par théorème du cosinus :

On a 2 valeurs de γ

$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma_1)$

• $\Rightarrow c_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma_1)}$

$\Rightarrow c_1 = \sqrt{6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos(53,13°)} \Rightarrow c_1 = 5$

• $\Rightarrow c_2 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma_2)}$

$= \sqrt{6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos(126,87°)} \Rightarrow c_2 = 9,85$

- par théorème du sinus :

$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$

On a 2 valeurs de γ $\Rightarrow$ donc on aura 2 valeurs de β

• avec $\gamma_1 = 53,13°$ et $c_1 = 5$

$$\Rightarrow \frac{b}{\sin(\beta_1)} = \frac{c_1}{\sin(\gamma_1)} \Rightarrow \sin(\beta_1) = \frac{b \cdot \sin(\gamma_1)}{c_1}$$

$$\Rightarrow \sin(\beta_1) = \frac{5 \cdot \sin(53{,}13°)}{5} \Rightarrow \beta_1 \approx 53{,}13°$$

- avec $\gamma_2 = 126{,}87°$ et $c_2 = 9{,}85$

$$\Rightarrow \frac{b}{\sin(\beta_2)} = \frac{c_2}{\sin(\gamma_2)} \Rightarrow \sin(\beta_2) = \frac{b \cdot \sin(\gamma_2)}{c_2}$$

$$\Rightarrow \sin(\beta_2) = \frac{5 \cdot \sin(126{,}87°)}{9{,}85} \Rightarrow \beta_2 \approx 23{,}96°$$

- La somme des mesures des angles d'un triangle est 180° :

- $\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180° \Rightarrow \alpha_1 = 180° - \beta_1 - \gamma_1$

$\Rightarrow \alpha_1 = 180° - 53{,}13° - 53{,}13° \Rightarrow \alpha_1 \approx 73{,}74°$

- $\Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 180° \Rightarrow \alpha_2 = 180° - \beta_2 - \gamma_2$

$\Rightarrow \alpha_2 = 180° - 23{,}96° - 126{,}87° \Rightarrow \alpha_2 = 29{,}17°$

* Calculs f) :

- par théorème de l'aire :

$$A = \frac{1}{2} ab \sin(\gamma) = \frac{1}{2} ac \sin(\beta) = \frac{1}{2} bc \sin(\alpha)$$

(A : l'aire connue ; b et c : connus ; α : connu)

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} bc \sin(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow 10 = \frac{1}{2} 4 \cdot c \cdot \sin(70°) \Rightarrow 20 = 4 \cdot c \cdot \sin(70°)$$

$$\Rightarrow c = \frac{20}{4 \cdot \sin(70°)} \Rightarrow \underline{c \simeq 5.32}$$

- par théorème du cosinus :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

(b et c : connus)

$$\Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)}$$

$$= \sqrt{4^2 + (5.32)^2 - 2 \cdot 4 \cdot (5.32) \cdot \cos(70°)} \Rightarrow \underline{a \simeq 5.45}$$

- par théorème du sinus :

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sin(70°)} = \frac{b}{\sin(\beta)} \Leftrightarrow \frac{5.45}{\sin(70°)} = \frac{4}{\sin(\beta)}$$

$$\Rightarrow \sin(\beta) = \frac{4 \cdot \sin(70°)}{5.45} \Rightarrow \underline{\beta \simeq 43.56°}$$

- La somme des mesures des angles d'un triangle est $180°$:

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180° \Rightarrow \gamma = 180° - \alpha - \beta$

$\Rightarrow \gamma = 180° - 70° - 43,56°$

$\Rightarrow \gamma \cong 66,44°$

Donc le tableau complété :

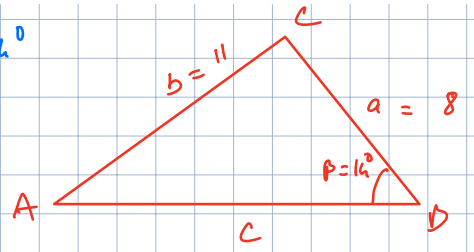
	a	b	c	α	β	γ	$\mathcal{A}$
a)	5	6	7	44.4°	57.1°	78.5°	14.7
b)	5	7	8.7 / 2.8	35°	53.4° / 126.6°	91.6° / 18.4°	17.49 / 5.53
c)	4	9	7.4	26.0°	100.0°	54°	14.56
d)	5.9	9.1	8	40°	80°	60°	23.39
e)	6	5	5.0 / 9.8	73.7° / 29.2°	53.1° / 24.0°	53.1° / 126.9°	12
f)	5.5	4	5.3	70°	43.6°	66.4°	10

4. 4.5 Après avoir construit chaque triangle donné par les éléments ci-dessous, le résoudre :

a) $a = 8$, $b = 11$ et $\beta = 14°$ b) $b = 11$, $c = 9$ et $\gamma = 22°$ c) $a = 11$, $c = 12$ et $\alpha = 154°$

a) $a = 8$, $b = 11$ et $\beta = 14°$

$\Rightarrow$ $c = ?$, $\alpha = ?$, $\gamma = ?$, $A = ?$



Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} \Rightarrow \sin(\alpha) = a \cdot \frac{\sin(\beta)}{b}$

$\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{8 \cdot \sin(14°)}{11} \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 10,13°}$

On a : $180° = \alpha + \beta + \gamma \Rightarrow \gamma = 180° - \alpha - \beta$

$\Rightarrow \gamma = 180° - 10,13° - 14° \simeq 155,87°$

$\Rightarrow \boxed{\gamma = 155,87°}$

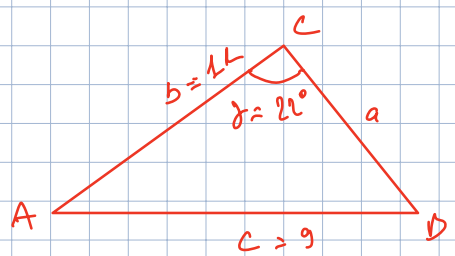
Théorème des sinus : $\frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$

$\Rightarrow c = \frac{b \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\beta)} = \frac{11 \cdot \sin(155,87°)}{\sin(14°)} \Rightarrow \boxed{c \simeq 18,59}$

Le théorème de l'aire : $A = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin(\beta)$

$\Rightarrow A = \frac{1}{2} 8 \cdot 18,59 \cdot \sin(14°) \Rightarrow \boxed{A \simeq 17,99}$

b) $b = 11$, $c = 9$ et $\gamma = 22°$ $\Rightarrow$ $a = ?$, $\alpha = ?$, $\beta = ?$, $A = ?$



Théorème des sinus :

$$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

$$\Rightarrow \sin(\beta) = \frac{b \cdot \sin(\gamma)}{c}$$

$$\Rightarrow \sin(\beta) = \frac{11 \cdot \sin(22°)}{9} \Rightarrow \boxed{\beta_1 = 27,25°}$$

On sait que β_1 et β_2 sont supplémentaires

$$\Rightarrow \beta_2 = 180° - \beta_1 = 180° - 27,25° \Rightarrow \boxed{\beta_2 = 152,75°}$$

* Avec $\beta_1 = 27,25°$

$$\Rightarrow 180° = \alpha_1 + \beta_1 + \gamma \Rightarrow \alpha_1 = 180° - \beta_1 - \gamma$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 180° - 27,25° - 22° \simeq 130,75°$$

$$\boxed{\alpha_1 = 130,75°}$$

Théorème des sinus : $\frac{a_1}{\sin(\alpha_1)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \Rightarrow a_1 = \frac{c \cdot \sin(\alpha_1)}{\sin(\gamma)}$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{9 \cdot \sin(130,75°)}{\sin(22°)} \Rightarrow \boxed{a_1 \simeq 18,2}$$

Théorème de l'aire : $A_1 = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot 18,2 \cdot 11 \cdot \sin(22°)$

$$\Rightarrow \boxed{A_1 \simeq 37,5}$$

* Avec $\beta_2 = 152,75°$

$$180° = \alpha_2 + \beta_2 + \gamma \quad \Rightarrow \alpha_2 = 180° - \beta_2 - \gamma$$

$$\alpha_2 = 180° - 152,75° - 22°$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_2 = 5,25°}$$

Théorème des sinus : $\frac{a_2}{\sin(\alpha_2)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \Rightarrow a_2 = \frac{c \cdot \sin(\alpha_2)}{\sin(\gamma)}$

$$\Rightarrow a = \frac{9 \cdot \sin(5,25°)}{\sin(22°)} \Rightarrow \boxed{a_2 \simeq 2,2}$$

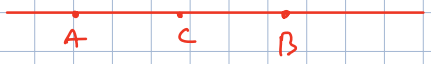
Théorème de l'aire : $A_1 = \frac{1}{2} a_2 \cdot b \cdot \sin(\gamma)$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 11 \cdot \sin(22°)$$

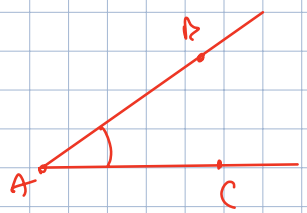
$$\Rightarrow \boxed{A_1 \simeq 4,53}$$

* Types d'angle :

- Angle nul : 0°

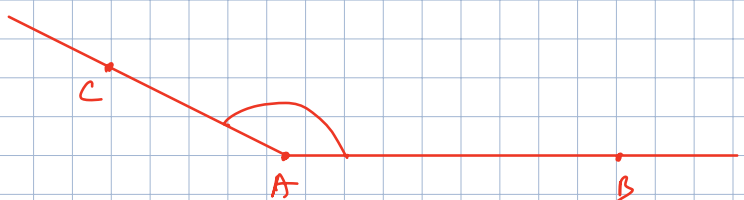


- Angle aigu : entre 0° et 90°

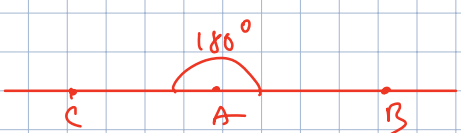


- Angle droit : = 90°

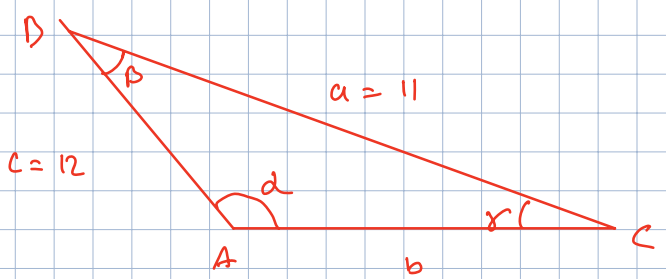
- Angle obtus : entre 90° et 180°



- Angle plat : 180°



c) $a = 11$, $c = 12$ et $\alpha = \underbrace{154^\circ}_{\Downarrow}$ obtus



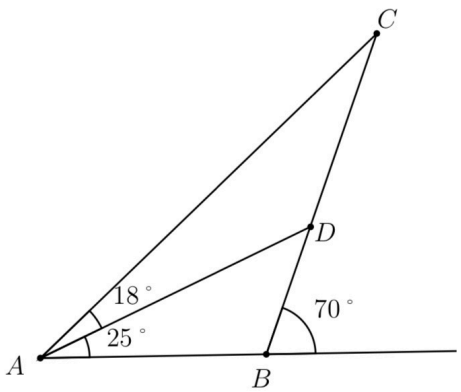
Théorème des sinus : $\dfrac{a}{\sin(\alpha)} = \dfrac{c}{\sin(\gamma)}$

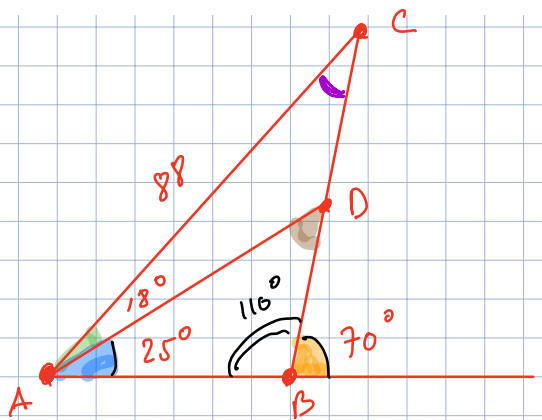
$$\Rightarrow \sin(\gamma) = \frac{c \cdot \sin(\alpha)}{a} = \frac{12 \cdot \sin(154^\circ)}{11}$$

$$\Rightarrow \gamma \cong 28,60^\circ$$

$\beta_1 = 180^\circ - \alpha - \gamma = -2,6^\circ < 0$ $\Rightarrow$ impossible !

4.4.6 Calculer la longueur des segments BC, BD, AD et AB, sachant que la longueur du segment AC vaut 88 cm.





$AC = 88$ cm

$BC = ?$

$BD = ?$

$AD = ?$

$AB = ?$

$\widehat{BAC} = ?$

$\Rightarrow \widehat{BAC} = 18^\circ + 25^\circ = 43^\circ$

$\widehat{ABC} = ?$

$\Rightarrow \widehat{ABC} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$\widehat{ACB} = ?$

$\Rightarrow \widehat{ACB} = 180^\circ - 110^\circ - 43^\circ = 27^\circ$

* Théorème du sinus :

$BC = ?$ $\quad \frac{BC}{\sin(\widehat{BAC})} = \frac{AC}{\sin(\widehat{ABC})}$

$\Rightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin(\widehat{BAC})}{\sin(\widehat{ABC})} = \frac{88 \cdot \sin(43°)}{\sin(110°)}$

$\Rightarrow$ **$BC \simeq 63,87$ cm**

$AB = ?$ $\quad \frac{AC}{\sin(\widehat{ABC})} = \frac{AB}{\sin(\widehat{ACB})}$

$\Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin(\widehat{ACB})}{\sin(\widehat{ABC})} = \frac{88 \cdot \sin(27°)}{\sin(110°)}$

$\Rightarrow$ **$AB = 42,52$ cm**

$\widehat{ADB} = 180° - 25° - 110° = 45°$

$\Rightarrow$ Théorème du sinus :

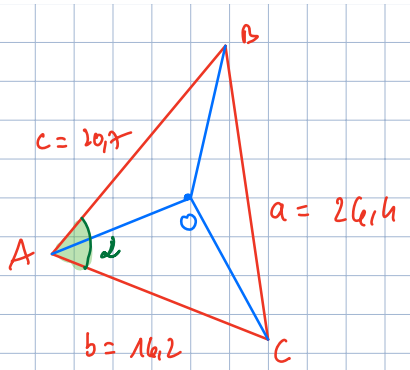
$\frac{BD}{\sin(25°)} = \frac{AB}{\sin(45°)} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin(25°)}{\sin(45°)}$

$\Rightarrow$ **$BD \simeq 25,41$ cm**

* $AD = ?$ $\quad \frac{AB}{\sin(45°)} = \frac{AD}{\sin(110°)} \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin(110°)}{\sin(45°)}$

$\Rightarrow$ **$AD \simeq 56,5$ cm**

4.4.7 Un triangle ABC est donné par $a = 26.4$, $b = 16.2$ et $c = 20.7$. Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle.



O est le centre du cercle circonscrit de ΔABC

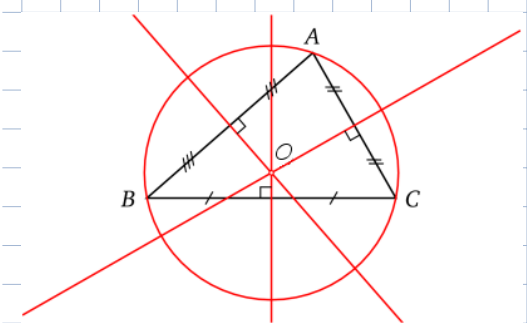
Théorème du cosinus :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow 2bc\cos(\alpha) = b^2 + c^2 - a^2$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{(16{,}2)^2 + (20{,}7)^2 - (26{,}4)^2}{2 \cdot 16{,}2 \cdot 20{,}7} \Rightarrow \alpha \simeq 90{,}52°$$



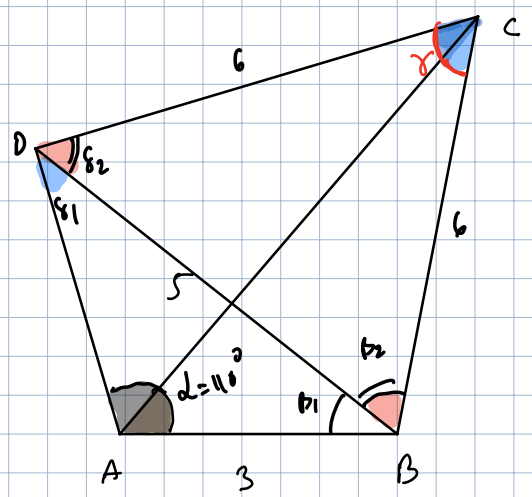
Rappel :

le rayon du cercle circonscrit au triangle est donné par le théorème des sinus : $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} = 2R$

$$\Leftrightarrow \text{Ici : } \frac{a}{\sin(\alpha)} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{a}{2\sin(\alpha)}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{26{,}4}{2\sin(90{,}52°)} \simeq \boxed{13{,}2}$$

4.4.8 D'un quadrilatère convexe $ABCD$, on donne l'angle en A : 110°, ainsi que les longueurs des quatres côtés : $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 6$ et $DA = 5$. Calculer l'aire et les angles du quadrilatère.



angle: α : alpha → sommet A

β : beta → sommet B

γ : gamma → sommet C

δ : delta → sommet D

1) Calculer l'aire du quadrilatère

$$A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD}$$

a) L'aire du triangle ABD est calculée par le théorème de l'aire

$$\Rightarrow A_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin(\alpha)$$

$$= \frac{1}{2} 3 \cdot 5 \cdot \sin(110^\circ) = \frac{15}{2} \sin(110^\circ)$$

$$\Rightarrow \boxed{A_{ABD} \simeq 7,05}$$

b) L'aire du triangle BCD est calculée par le théorème de l'aire

$$\Rightarrow A_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot CD \cdot \sin(\gamma)$$

ici, on ne connaît pas γ $\Rightarrow$ il faut déterminer γ

Th. cosinus : $BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2 AD \cdot AB \cos(\alpha)$

$$= 25 + 9 - 30 \cos(110°)$$

$$= 34 - 30 \cos(110°) = 44,26$$

$$\Rightarrow \boxed{BD \simeq 6,65}$$

Th. cosinus : $BD^2 = DC^2 + BC^2 - 2 DC \cdot BC \cos(\gamma)$

$$44,26 = 36 + 36 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos(\gamma)$$

$$44,26 = 72 - 72 \cos(\gamma)$$

$$\Rightarrow 72 \cos(\gamma) = 72 - 44,26$$

$$\cos(\gamma) = \frac{27,74}{72}$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma \simeq 67,34°}$$

$$\Rightarrow A_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot CD \cdot \sin(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin(67,34°)$$

$$= 18 \cdot \sin(67,34°) \simeq 16,64$$

$$\Rightarrow A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD} = 7,05 + 16,61 \simeq \boxed{23,7}$$

2) Calculer les angles

* Δ BCD isocèle $\Rightarrow \beta_2 = \delta_2 = \frac{180 - \gamma}{2} \approx 56,33°$

$$\boxed{\beta_2 = \delta_2 = 56,33°}$$

Théorème du sinus :

$$\frac{AD}{\sin(\beta_1)} = \frac{DC}{\sin(\alpha)} \Leftrightarrow \frac{5}{\sin(\beta_1)} = \frac{6,65}{\sin(110°)}$$

$$\Rightarrow \sin(\beta_1) = \frac{5 \cdot \sin(110°)}{6,65} \Rightarrow \boxed{\beta_1 \approx 44,93°}$$

donc $\beta = \beta_1 + \beta_2 = 56,33° + 44,93° \approx 101,26°$

$$\boxed{\beta \approx 101,26°}$$

* Somme des mesures des angles d'un quadrilatère $= 360°$

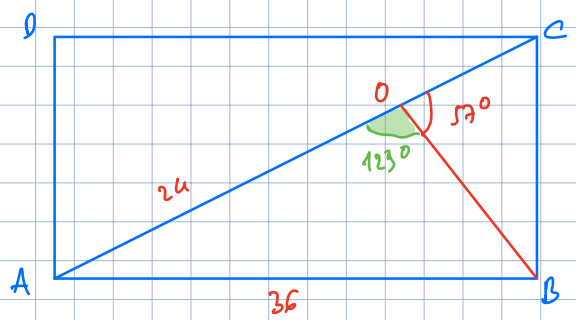
$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$$

$$\Rightarrow \delta = 360° - \alpha - \beta - \gamma$$

$$\Rightarrow \delta = 360° - 110° - 101,26° - 67,34°$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta = 81,4°}$$

4. 4.9 Sur la diagonale AC d'un rectangle $ABCD$, on considère un point O tel que $\widehat{BOC} = 57^\circ$. Sachant que $AB = 36$ et $AO = 24$, calculer BC.



On a :

$\widehat{AOB} = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$

$\sin(\widehat{OBA}) = \dfrac{24 \sin(123^\circ)}{36} \simeq 0{,}559114$

$\Rightarrow \widehat{OBA} \simeq \arcsin(0{,}559114) \simeq 33{,}99^\circ$

ou $\widehat{OBA} = 180^\circ - 33{,}99^\circ \simeq 146{,}01^\circ \Rightarrow$ cette possibilité est à exclure car $146{,}01^\circ + 123^\circ > 180^\circ$!

(↑ angles supplémentaires : sinus !!!)

$\Rightarrow \widehat{BAO} \simeq 180^\circ - (123^\circ + 33{,}99^\circ) = 23{,}01^\circ$

$\Rightarrow OB \simeq \dfrac{36 \cdot \sin(23{,}01^\circ)}{\sin(123^\circ)} = 16{,}78$

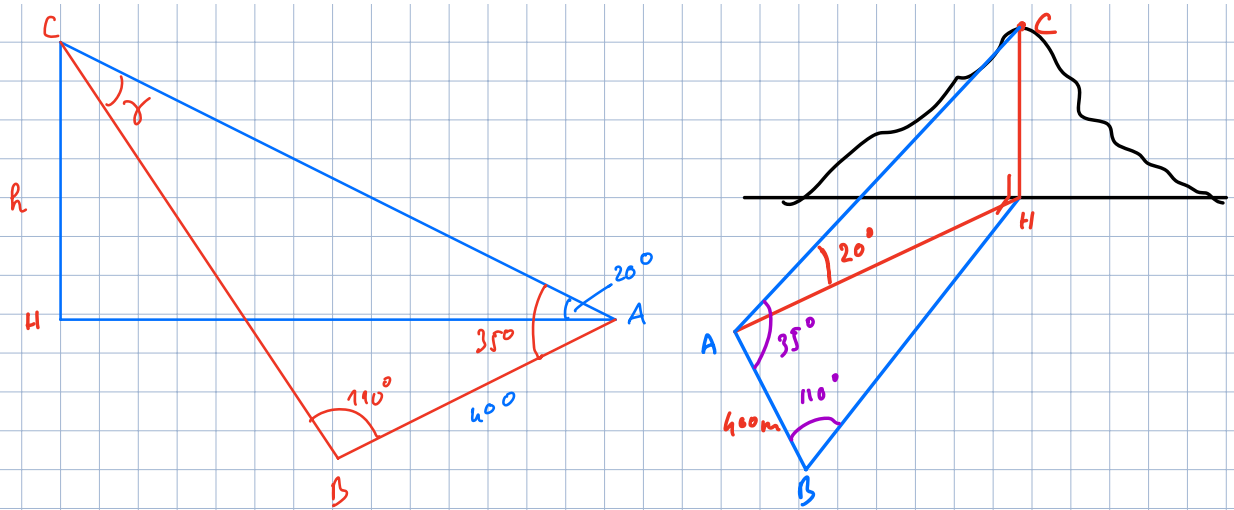
$\widehat{CBO} \simeq 90^\circ - 33{,}99^\circ = 56{,}01^\circ$

$\widehat{OCB} \simeq 180^\circ - (57^\circ + 56{,}01^\circ) = 66{,}99^\circ$

$\Rightarrow BC \simeq \dfrac{16{,}78 \sin(57^\circ)}{\sin(66{,}99^\circ)} = 15{,}29$

4.10 Pour déterminer l'altitude du sommet C d'une montagne, on choisit deux points A et B ayant même altitude et distants de d mètres. On mesure les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ ainsi que l'angle d'élévation θ sous lequel on voit C depuis A. Quelle est l'altitude de C si celle de A vaut a ?

Application numérique : $d = 400$ m, $a = 1'000$ m, $\widehat{BAC} = 35^\circ$, $\widehat{ABC} = 110^\circ$ et $\theta = 20^\circ$.



$\gamma = 180° - 110° - 35° = 35°$

Théorème du sinus : $\frac{AC}{\sin(110°)} = \frac{400}{\sin(35°)} \Rightarrow AC = \frac{400 \cdot \sin(110°)}{\sin(35°)} \approx 655{,}32$

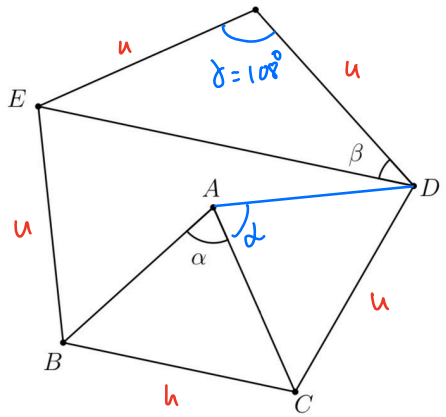
$\sin(20°) = \frac{h}{AC} \Rightarrow h = AC \cdot \sin(20°) \approx 224{,}13$

$\Rightarrow$ L'altitude du sommet C est $= 224{,}13 + 1000 = 1224{,}13$ m

4.4.12 On a tracé ci-dessous un pentagone régulier dont le côté mesure 4 cm. Le point A est le centre du pentagone.

a) Calculer la valeur des angles α et β.

b) Calculer la longueur des segments AB et DE.



a) $\alpha = \frac{360°}{5} = 72°$ (pentagone régulier $\Rightarrow$ angle au centre $\alpha = \frac{360°}{5}$)

γ : Angle interne : $\frac{180 \cdot (5-2)}{5} = \frac{540°}{5} = 108°$

(Rappel : Somme des angles internes de tout pentagone simple : $180 \cdot (5-2) = 540°$)

$\Rightarrow \beta = \frac{180° - 108°}{2} = 36°$

b) * AB = rayon du cercle circonscrit

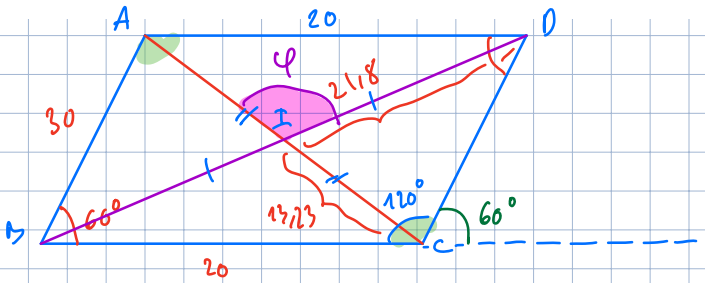
$\Rightarrow$ Formule : $R = \frac{a}{2 \sin(\frac{\pi}{5})} = \frac{BE}{2 \sin(\beta)}$

$R = AB = \frac{2}{\sin(36°)} \approx 3{,}4$ cm

* DE : $\frac{DE}{\sin(\gamma)} = \frac{4}{\sin(\beta)} \Rightarrow DE = \frac{4 \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\beta)} = \frac{4 \cdot \sin(108°)}{\sin(36°)}$

$DE \approx 6{,}47$ cm

4. 4.13 Dans le parallélogramme $ABCD$, on connaît $\overline{AB} = 30$, $\overline{BC} = 20$ et on sait que l'angle en B vaut 60°. Calculer la longueur des diagonales de ce parallélogramme ainsi que l'angle déterminé par celles-ci. Trouver enfin l'aire du quadrilatère $ABCD$.



* $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\,AB\,BC\cos(60°) = 30^2 + 20^2 - 2\cdot 30\cdot 20\cos(60°)$

$= 900 + 400 - 1200\cos(60°) = 700$

$\Rightarrow AC = \sqrt{700} \simeq \boxed{26,46}$

* La somme des angles du parallélogramme $ABCD = 360°$

$\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 60°$

$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 120°$

$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2\,BC\,CD\cos(120°) = 20^2 + 30^2 - 2\cdot 20\cdot 30\cos(120°)$

$BD^2 = 1900 \Rightarrow BD = \sqrt{1900} \simeq \boxed{43,59}$

* Aire $ABCD$:

$A_{ABCD} = 2\,A_{\Delta ABC} = 2\cdot\frac{1}{2}\,AB\cdot BC\sin(60°) = 2\cdot\frac{1}{2}\,30\cdot 20\sin(60°)$

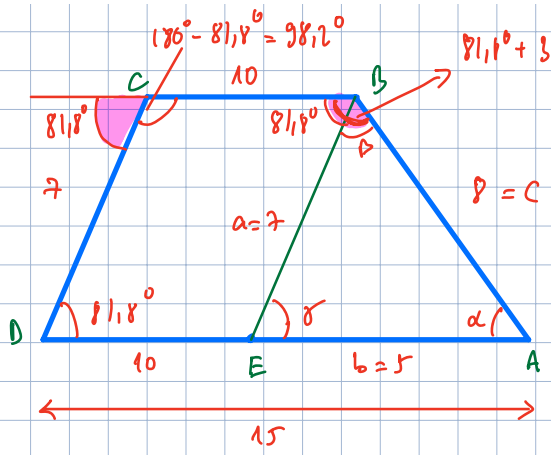
$\Rightarrow \boxed{A_{ABCD} \simeq 519,61}$

* Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu I :

$AD^2 = AI^2 + ID^2 - 2\,AI\,ID\cos(\varphi) \Leftrightarrow 20^2 = (13,23)^2 + (21,8)^2 - 2\cdot(13,23)\cdot(21,8)\cos(\varphi)$

$\Rightarrow \cos(\varphi) \simeq 0,4338713 \Rightarrow \boxed{\varphi \simeq 64,3°}$

4• 4.15 Dans le trapèze $ABCD$, les bases sont $\overline{AD} = 15$ m, $\overline{BC} = 10$ m et les côtés non parallèles sont $\overline{AB} = 8$ m, $\overline{CD} = 7$ m. Calculer les angles et l'aire du trapèze.



$180° - 81,8° = 98,2°$

$81,8° + 38,2° = 120°$

* Angles :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$

$\Rightarrow 7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(\alpha)$

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \dfrac{7^2 - 8^2 - 5^2}{-80} = 0,5$

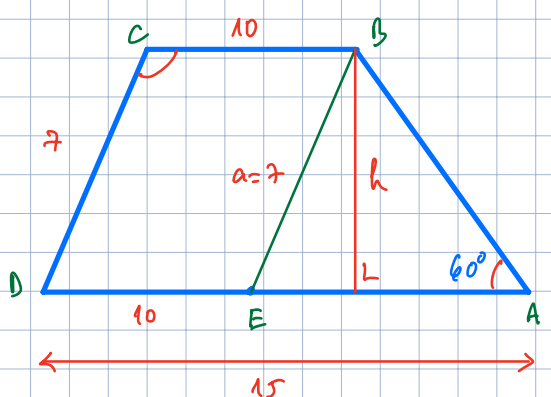
$\Rightarrow \boxed{\alpha = 60°}$

D'autre part : $\dfrac{8}{\sin(\gamma)} = \dfrac{7}{\sin(60°)} = \dfrac{5}{\sin(\beta)}$

$\Rightarrow \sin(\gamma) = \dfrac{8 \cdot \sin(60°)}{7} \simeq 0,989743 \Rightarrow \boxed{\gamma \simeq 81,8°}$

$\Rightarrow \beta = 180° - 60° - 81,8° \simeq \boxed{38,2°}$

* Aire du trapèze :



$\sin(60°) = \dfrac{h}{AB} = \dfrac{h}{8}$

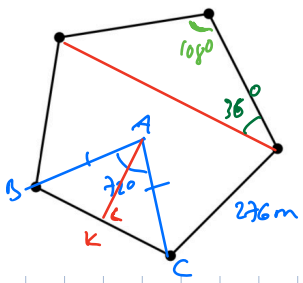
$\Rightarrow h = 8\sin(60°) \simeq 6,93$ m

$\Rightarrow A = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot h = \dfrac{10 + 15}{2} \cdot 6,93$

$\Rightarrow \boxed{A \simeq 86,60 \text{ m}^2}$

4.16 Le Pentagone est le plus grand bâtiment administratif au monde, si l'on considère la surface occupée. La base du bâtiment a la forme d'un pentagone régulier, dont chaque côté mesure 276 m.

Déterminer l'aire de la base du bâtiment.



$\widehat{KAC} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$

ΔKAC rectangle en K $\Rightarrow$ $\tan(36^\circ) = \frac{KC}{AK}$ où $KC = \frac{BC}{2} = \frac{276}{2} = 138$ m

$\Rightarrow$ $AK = \frac{KC}{\tan(36^\circ)} = \frac{138}{\tan(36^\circ)} \simeq 189{,}94$ m

Aire du $\Delta ABC = \frac{1}{2} AK \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 189{,}94 \cdot 276 \simeq 26211{,}72$ m^2

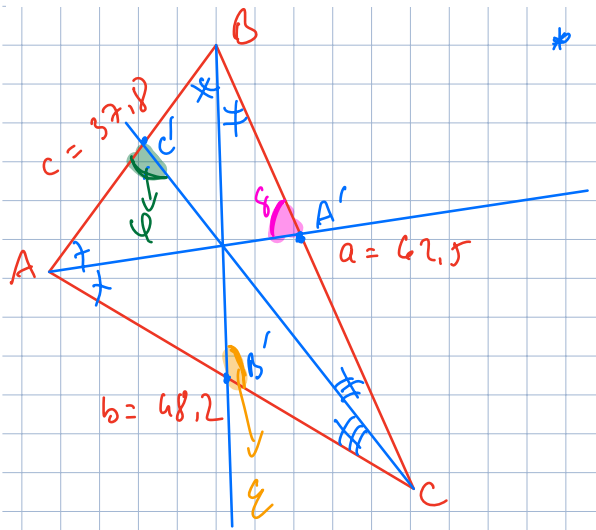
$\Rightarrow$ Aire de la base du bâtiment :

$S = 5 \cdot 26211{,}72 \simeq \boxed{131059 \text{ m}^2}$

4.4.18

Calculer les longueurs des bissectrices d'un triangle ABC si $a = 62.5$, $b = 48.2$ et $c = 37.8$.

On considère la bissectrice issue du sommet A comme étant le segment défini par le sommet A et l'intersection de cette bissectrice avec le côté a.



* $\widehat{BAC} = \alpha$

Théorème du cos :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \dfrac{48{,}2^2 + 37{,}8^2 - 62{,}5^2}{2 \cdot 48{,}2 \cdot 37{,}8}$

$\Rightarrow \alpha \simeq 92{,}42°$

* $\widehat{ABC} = \beta$

Théorème du sin : $\dfrac{b}{\sin(\beta)} = \dfrac{a}{\sin(\alpha)} \Rightarrow \sin(\beta) = \dfrac{b \cdot \sin(\alpha)}{a}$

$\Rightarrow \sin(\beta) = \dfrac{48{,}2 \cdot \sin(92{,}42°)}{62{,}5} \Rightarrow \beta \simeq 50{,}4°$

$\Rightarrow \widehat{ACB} = \gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 92{,}42° - 50{,}4° \simeq 37{,}18°$

* $\delta = \widehat{AA'B} \Rightarrow \delta = 180° - \beta - \frac{1}{2}\alpha = 180° - 50{,}4° - \dfrac{92{,}42°}{2}$

$\Rightarrow \delta \simeq 83{,}39°$

⇒ Théorème du sin dans Δ ABA' :

$$\frac{AA'}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(\delta)} \Rightarrow AA' = \frac{c \cdot \sin(B)}{\sin(\delta)}$$

$$\Rightarrow AA' = \frac{37{,}8 \cdot \sin(50{,}4°)}{\sin(83{,}39°)} \approx 29{,}32$$

⇒ La longueur de la bissectrice issue de A est de 29,32

* Dans le Δ $BB'C$: $\varepsilon = 180° - \gamma - \frac{1}{2}B = 180° - 37{,}18° - \frac{50{,}4°}{2}$

$$\Rightarrow \varepsilon \approx 117{,}62°$$

⇒ Théorème du sin : $\frac{BB'}{\sin(\gamma)} = \frac{a}{\sin(\varepsilon)}$

$$\Rightarrow BB' = \frac{a \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\varepsilon)} = \frac{62{,}5 \cdot \sin(37{,}18°)}{\sin(117{,}62°)} \approx 42{,}63$$

⇒ La longueur de la bissectrice issue de B est de 42,63

* Dans le Δ $AC'C$: $\varphi = \widehat{AC'C} = 180° - \alpha - \frac{1}{2}\gamma$

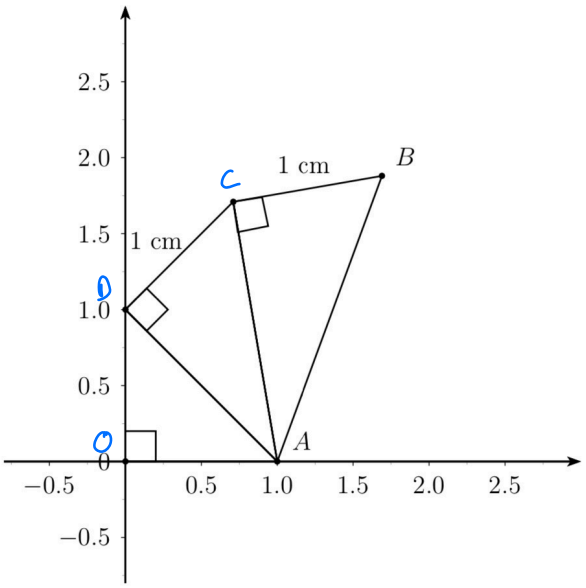
$$= 180° - 92{,}42° - \frac{37{,}18°}{2} \approx 68{,}99°$$

⇒ Théorème du sin : $\frac{CC'}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\varphi)} \Rightarrow CC' = \frac{b \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\varphi)}$

$$\Rightarrow CC' = \frac{48{,}2 \cdot \sin(92{,}42°)}{\sin(68{,}99°)} \approx 51{,}59$$

⇒ longueur issue de C est de 51,59

4.4.19 En utilisant les informations données sur le dessin, calculer la longueur $\overline{AB}$.



Δ AOD est rectangle en O $\Rightarrow$ Pythagore : $AD^2 = OA^2 + OD^2$

$\Rightarrow AD^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow AD = \sqrt{2}$

Δ ACD est rectangle en D $\Rightarrow$ Pythagore : $AC^2 = DC^2 + DA^2$

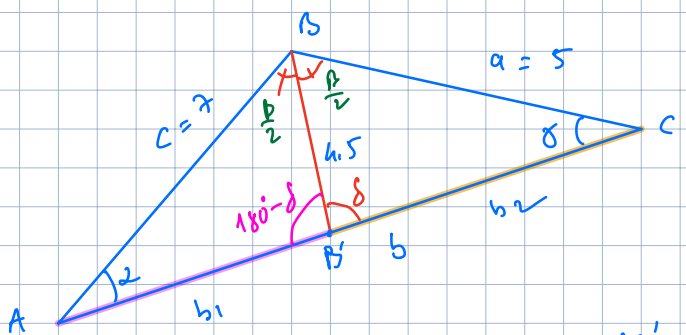
$\Rightarrow AC^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 = 1 + 2 = 3 \Rightarrow AC = \sqrt{3}$

Δ ABC est rectangle en C $\Rightarrow$ Pythagore : $AB^2 = BC^2 + AC^2$

$\Rightarrow AB^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 4 \Rightarrow AB = 2$

$\Rightarrow$ Le segment [AB] mesure 2cm.

4.4.20 Calculer le côté et les angles inconnus d'un triangle ABC, connaissant $a = 5$, $c = 7$ et sachant que la longueur de la bissectrice issue de B est égale 4.5.



$\widehat{B'BC} = \widehat{B'BA} = \frac{\beta}{2}$

bissectrice BB' partage b en 2 parties b_1 et b_2

$b_1 = AB'$, $b_2 = B'C$

La bissectrice forme avec b un angle δ

* Théorème du sinus dans $\Delta\ B'BC$: $\frac{b_2}{\sin(\frac{\beta}{2})} = \frac{a}{\sin(\delta)} \Rightarrow \frac{b_2}{a} = \frac{\sin(\frac{\beta}{2})}{\sin(\delta)}$

$\Rightarrow \frac{b_2}{5} = \frac{\sin(\frac{\beta}{2})}{\sin(\delta)}$ (*)

* Théorème du sinus dans $\Delta\ B'BA$: $\frac{b_1}{\sin(\frac{\beta}{2})} = \frac{c}{\sin(180°-\delta)}$

on sait que $\sin(180°-\delta) = \sin(\delta)$: angles supplémentaires

$\Rightarrow \frac{b_1}{\sin(\frac{\beta}{2})} = \frac{c}{\sin(\delta)} \Rightarrow \frac{b_1}{c} = \frac{\sin(\frac{\beta}{2})}{\sin(\delta)} \Rightarrow \frac{b_1}{7} = \frac{\sin(\frac{\beta}{2})}{\sin(\delta)}$ (**)

(*) = (**) $\Rightarrow \frac{b_2}{5} = \frac{b_1}{7} \Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{7}{5}$

$\Rightarrow \frac{b_1^2}{b_2^2} = \frac{49}{25}$ (1)

On applique le théorème des cosinus :

$\Rightarrow b_1^2 = AB^2 + Bb'^2 - 2AB \cdot Bb' \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$

$b_1^2 = 49 + (4{,}5)^2 - 2 \cdot 7 \cdot 4{,}5 \cdot \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = 69{,}25 - 63\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$

$b_1^2 = 69{,}25 - 63\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$ (2)

et :

$b_2^2 = Bb'^2 + BC^2 - 2Bb' \cdot BC \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$

$b_2^2 = (4{,}5)^2 + 25 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 5 \cdot \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$

$b_2^2 = 45{,}25 - 45\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$ (3)

On remplace (2) et (3) dans (1) :

$\Rightarrow \frac{b_1^2}{b_2^2} = \frac{69{,}25 - 63\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)}{45{,}25 - 45\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} = \frac{49}{25}$

$\Rightarrow 25\left(69{,}25 - 63\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)\right) = 49\left(45{,}25 - 45\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)$

$\Rightarrow 1731{,}25 - 1575\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = 2217{,}25 - 2205\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$

$\Rightarrow 2205\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) - 1575\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = 2217{,}25 - 1731{,}25$

$630\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = 486 \Rightarrow \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{486}{630}$

$\Rightarrow \frac{\beta}{2} \simeq 39{,}52° \Rightarrow \boxed{\beta \simeq 79{,}04°}$

* Théorème du cosinus dans ΔABC : $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta)$

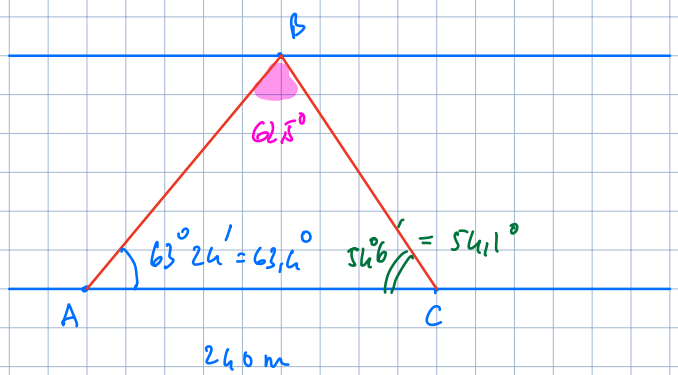
$\Rightarrow b = \sqrt{5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos(79{,}04°)} \Rightarrow \boxed{b \simeq 7{,}79}$

* Théorème du sinus : $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} \Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{5 \cdot \sin(79{,}04°)}{7{,}79}$

$\Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 39{,}06°} \Rightarrow \gamma = 180° - \alpha - \beta \Rightarrow \boxed{\gamma \simeq 61{,}9°}$

9.4.21

Pour calculer la distance séparant deux points A et B situés sur les rives opposées d'un fleuve, un géomètre choisit un point C situé sur la même rive à 240 m du point A. Il détermine alors que les angles $\angle BAC$ et $\angle ACB$ mesurent respectivement $63° 24'$ et $54° 6'$. Calculer la distance entre les points A et B (au cm près).



Rappel :

Un degré (°) est constitué de 60 minutes (') et une minute est constitué de 60 secondes (")

On a : $\widehat{BAC} = 63°24' = 63° + \frac{24°}{60} = 63° + 0,4° = 63,4°$

et $\widehat{BCA} = 54°6' = 54° + \frac{6°}{60} = 54° + 0,1° = 54,1°$

$\Rightarrow$ Dans ΔABC : $\widehat{ABC} = 180° - \widehat{BAC} - \widehat{ACB} = 180° - 63,4° - 54,1°$

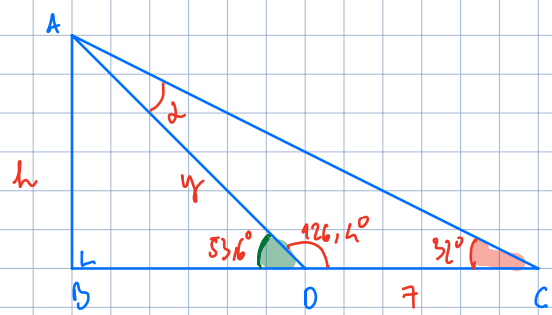
$\Rightarrow \widehat{ABC} = 62,5°$

$\Rightarrow$ Théorème du sinus : $\frac{AB}{\sin(\widehat{ACB})} = \frac{AC}{\sin(\widehat{ABC})} \Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin(\widehat{ACB})}{\sin(\widehat{ABC})}$

$\Rightarrow AB = \frac{240 \cdot \sin(54,1°)}{\sin(62,5°)} \Rightarrow$ $\boxed{AB \simeq 219,17 \text{ m}}$

a.4.22

Pour un observateur, la direction de visée du sommet d'un pylône fait un angle de 53.6 ° avec l'horizontale ; en reculant de 7 m sur le sol horizontal dans le plan de visée, l'angle d'élévation n'est plus que 32 ° .
Quelle est la hauteur du pylône sachant que l'œil de l'observateur est à 1,7 m du sol ?



$y = AD$

$h = AB$

$DC = 7$

On a : $\widehat{ADC} = 180° - 53,6° = 126,4°$

$\Rightarrow \alpha = 180° - 126,4° - 32° = 21,6°$

$\Rightarrow$ Théorème du sinus : $\frac{y}{\sin(32°)} = \frac{7}{\sin(21,6°)} \Rightarrow y = \frac{7 \cdot \sin(32°)}{\sin(21,6°)} \approx 10,08$

Triangle rectangle ABD, on a :

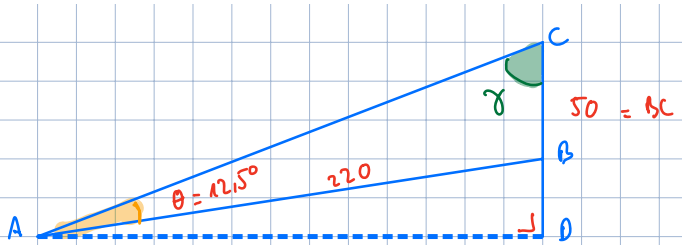
$\sin(53,6°) = \frac{h}{y} \Rightarrow h = y \cdot \sin(53,6°)$

$\Rightarrow h = 10,08 \cdot \sin(53,6°) \approx 8,11$

$\Rightarrow$ La hauteur du pylône : $8,11 + 1,7 = \boxed{9,81 \text{ m}}$

4.4.23

4.22 Une tour de 50 m de haut est située sur le flanc d'une colline. Depuis le pied de la tour, on descend de 220 m le long du flanc de la colline et on mesure l'angle vertical θ sous lequel on voit la tour, soit $\theta = 12.5^\circ$.
Calculer l'angle d'inclinaison du flanc de la colline relativement à l'horizontale.



- En appliquant le théorème des sinus au triangle ABC, on obtient :

$$\sin(\gamma) = \frac{220 \cdot \sin(12{,}5^\circ)}{50} \approx 0{,}952334$$

$$\Rightarrow \gamma_1 \approx 72{,}24^\circ$$

$$\text{et } \gamma_2 = 180^\circ - 72{,}24^\circ \approx 107{,}76^\circ$$

⇒ On ne retient que la solution γ_1. En effet, l'angle γ étant un angle aigu du triangle rectangle ACD, on doit avoir $\gamma < 90^\circ$.

- En examinant les angles du triangle rectangle ACD, il en résulte :

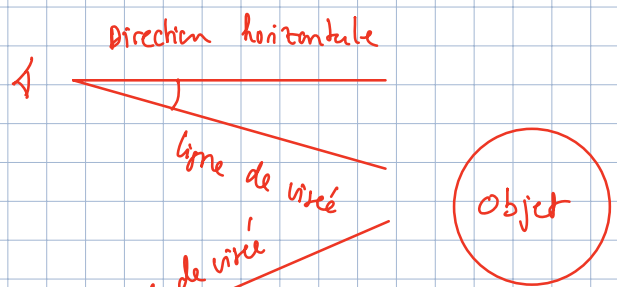
$$\widehat{DAC} = 180^\circ - (90^\circ + \gamma) \approx 180^\circ - (90^\circ + 72{,}24^\circ) \approx 17{,}76^\circ$$

⇒ L'angle d'inclinaison de la colline par rapport à un plan horizontal vaut :

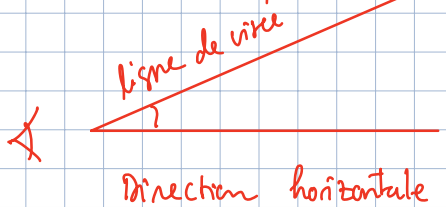
$$\widehat{DAB} = \widehat{DAC} - 12{,}5^\circ \approx 17{,}76^\circ - 12{,}5^\circ = \boxed{5{,}26^\circ}$$

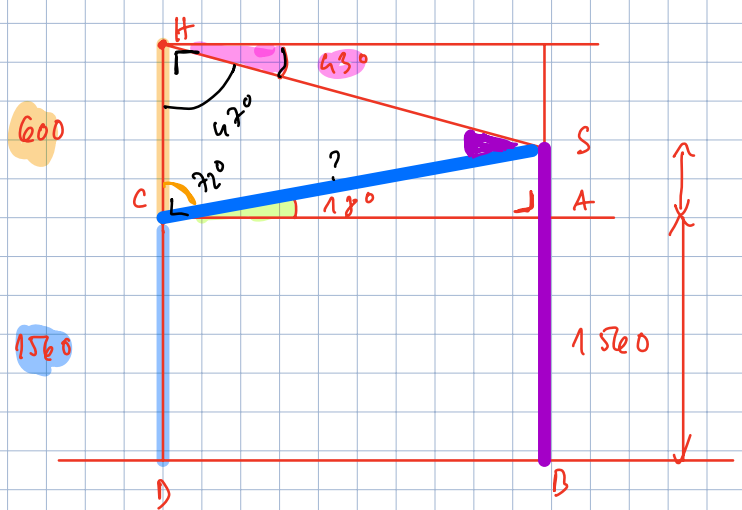
4. 4.22 Un hélicoptère est en vol stationnaire 600 m au-dessus du sommet C d'une montagne qui culmine à 1'560 m d'altitude. Du sommet C et de l'hélicoptère, on peut voir le sommet S d'un deuxième pic plus élevé. Depuis l'hélicoptère, le sommet S est vu sous un angle de dépression (angle vertical entre le rayon visuel descendant et l'horizontale) de 43 ° ; depuis le petit sommet C, on voit le sommet S sous un angle d'élévation (angle vertical entre le rayon visuel montant et l'horizontale) de 18 ° .
Calculer la distance entre les deux sommets, ainsi que l'altitude du sommet S.

Angle de dépression :



Angle d'élévation :





Calculer CS et SB ?

1) $CS = ?$

Triangle CSH :

$$\frac{CS}{\sin(\widehat{CHS})} = \frac{CH}{\sin(\widehat{CSH})}$$

$$\widehat{CHS} = 90° - 45° = 47°$$

$$\widehat{HCS} = 90° - 18° = 72°$$

$$\widehat{CSH} = 180° - 47° - 72° = 61°$$

$$\Rightarrow CS = \frac{CH \cdot \sin(\widehat{CHS})}{\sin(\widehat{CSH})} = \frac{600 \cdot \sin(47°)}{\sin(61°)}$$

$$\rightarrow CS \approx 501,72$$ ← à vol d'oiseau !

2) $SB = ?$

$$SB = BA + SA$$

$$= 1560 + SA$$ ← à déterminer

→ Calculer SA : $\sin(18°) = \frac{SA}{CS}$

$$\Rightarrow \quad SA = CS \cdot \sin(18°) = 501{,}72 \cdot \sin(18°)$$

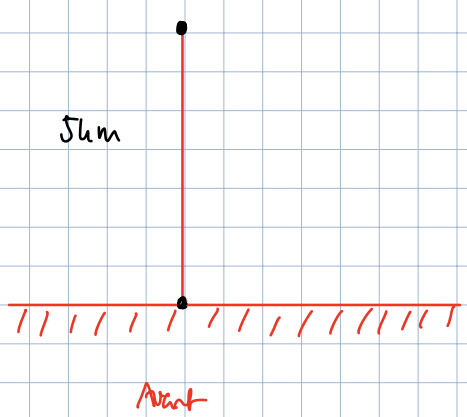
$$\Rightarrow \quad SA \simeq 155{,}04$$

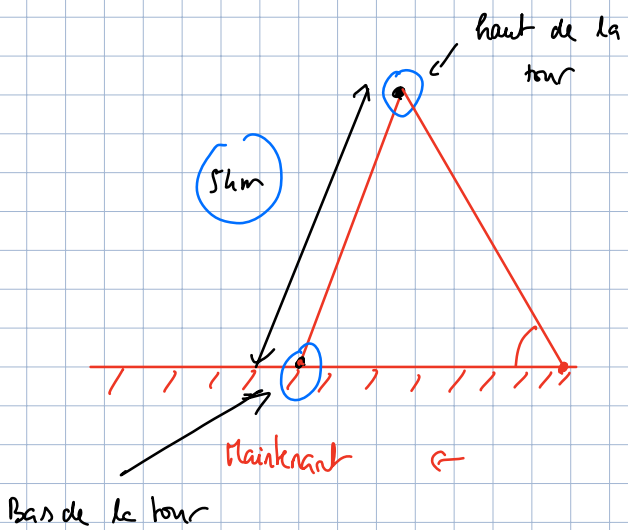
$$\Rightarrow \quad SB = BA + SA = 1560 + 155{,}04 \simeq 1715 \text{ m}$$

$$\boxed{SB \simeq 1715 \text{ m}}$$

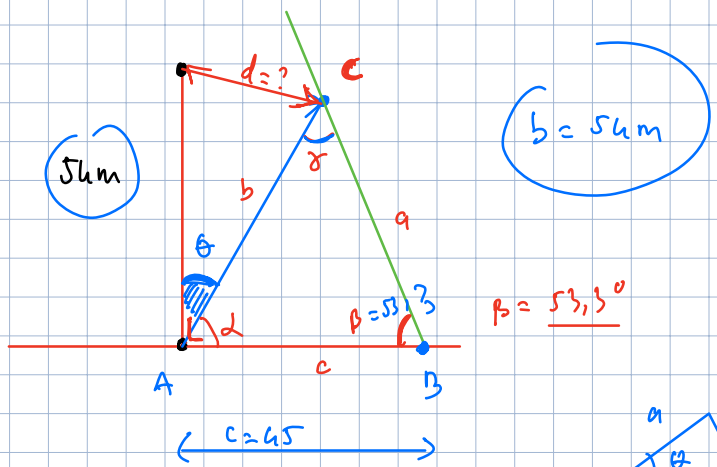
4.4.25

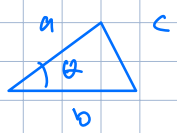
A l'origine la Tour de Pise était perpendiculaire à la surface du sol et mesurait 54 m de hauteur. Comme elle s'enfonce dans le sol (en pivotant relativement au centre de sa base que l'on suppose fixe), elle penche maintenant d'un angle θ relativement à la verticale. Lorsque le centre du haut de la tour est observé à partir d'un point du sol (plat) distant de 45 m du centre de sa base (dans le plan vertical contenant la tour penchée, du côté où penche celle-ci), l'angle d'élévation est de 53.3°.
Calculer l'angle θ, ainsi que la distance séparant la position actuelle du centre du haut de la tour à sa position lors de l'édification de la tour.





θ : Thêta





$\theta = ?$ et $d = ?$ $\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$

Dans le triangle ABC :

Théorème des sinus : $\dfrac{b}{\sin(\beta)} = \dfrac{c}{\sin(\gamma)}$

$\Rightarrow \sin(\gamma) = \dfrac{c \cdot \sin(\beta)}{b} \Rightarrow \gamma \simeq 41,92°$

$\Rightarrow \alpha = 180° - \beta - \gamma = 84,78° \quad \Rightarrow \theta = 90° - 84,78° \simeq 5,22°$

$d^2 = 54^2 + 54^2 - 2 \cdot 54 \cdot 54 \cdot \cos\theta$

$\Rightarrow d = 4,92\ m$