Corrigé

32.1

$D = \{-2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2\}$

a)

$f : D \to \mathbb{Q}$

$x \mapsto 3x - 5 = f(x)$

$\to f(D) = ?$

image de D à travers la fct $f(x)$

$f(x) = 3x - 5 \qquad D = \{-2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2\}$

$f(-2) = 3(-2) - 5 = -6 - 5 = -11$

$f(-1) = 3(-1) - 5 = -3 - 5 = -8$

$f(0) = -5$

$f(1) = -2$

$f(2) = 1$

$\boxed{f(D) = \{-11 ; -8 ; -5 ; -2 ; 1\}}$

image de D

b) $f : x \mapsto x^2 - 3$

$f(D) = \{-3 ; -2 ; 1 \}$

c) $f(D) = \{ \qquad \}$

$f(x) = \frac{1}{x+4} - 1 \Rightarrow f(-2) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}$

3.2.2

b) $b : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$x \longmapsto 5x - 7$

$\underbrace{x = 1}_{=1} \in \mathbb{N} \rightarrow f(1) = 5 \cdot 1 - 7 = -2 \notin \mathbb{N}$

n'est pas une fct

c) $c : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Q}$

$x \longmapsto \frac{1}{x - 3}$

$x = 1 \in \mathbb{N} \rightarrow f(1) = \frac{1}{1-3} = -\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$

$x = 3 \in \mathbb{N} \rightarrow f(3) = \frac{1}{3-3}$ n'est pas définie

d) $d : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{N}$

$x \longmapsto \begin{cases} -2x & \text{si } \underline{x \leq 0} \\ 0 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

$x = -1 \rightarrow f(-1) = (-2)(-1) = 2 \in \mathbb{N}$

oui et $x = 3 \rightarrow f(3) = 0 \in \mathbb{N}$

e) $e : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$x \longmapsto 5x^2 - 5$

$x = 0 \rightarrow f(0) = -5 \notin \mathbb{N}$ → NON

f) $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$x \longmapsto x^2 - 1$

$x = 0 \in \mathbb{N} \rightarrow f(0) = -1 \notin \mathbb{N}$ → NON

g) $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Oui

h) $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

NON

$x = 0 \to h(0) = -1$ et 1

i) $i : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$$x \longmapsto \frac{1}{x^2-1}$$

$x = 1 \in N \to f(1) = \frac{1}{0}$ n'est pas définie

j) $j : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$$x \longmapsto \frac{1}{x^2+1}$$

$x = 1 \in \mathbb{N} \to f(1) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \notin N \to$ NON

3.3.1 a) $f(x) = \frac{1}{x-3}$ $D = ?$

$f(x)$ est définie si $x - 3 \neq 0 \iff x \neq 3$

$\to \boxed{D = \mathbb{R} - \{3\}}$

b) $f(x) = \frac{x}{x-3}$ $f(x)$ est définie si $x \neq 3$

$\Rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{3\}}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{5 + x}$ $f(x)$ est définie si $x \neq -5$

$\Rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{-5\}}$

d) $f(x) = \dfrac{1-x^2}{x^2-4}$ $f(x)$ est définie si $x^2-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$

$$\boxed{D = \mathbb{R} - \{-2 ; 2\}}$$

e) $f(x) = \dfrac{2+x}{x^2+9}$ $\boxed{D = \mathbb{R}}$ car $x^2+9 > 0$

f) $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2x}{x+1}$ $f(x)$ est définie si $x \neq 0$ et $x \neq -1$

$\Rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{-1 ; 0\}}$

g) $f(x) = \dfrac{x^2-7}{(x-3)(x+4)}$ $\Rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{-4 ; 3\}}$

h) $f(x) = \dfrac{5}{(x+2)^2}$ $\Rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{-2\}}$

i) $f(x) = \sqrt{x-1}$ $\Rightarrow f(x)$ est définie si $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

$\Rightarrow \boxed{D = [1 ; +\infty[}$

j) $f(x) = \dfrac{5x}{\sqrt{x+5}}$ $\Rightarrow f(x)$ est définie si $\underbrace{x+5} > 0$

$\Rightarrow x > -5$

$D =]-5 ; +\infty[$

k) $f(x) = \sqrt{2-x}$ $\Rightarrow D =]-\infty ; 2]$

$2-x \geq 0 \Leftrightarrow 2 \geq x$

e) $f(x) = \sqrt{1-2x} \Rightarrow D = \left]-\infty ; \frac{1}{2}\right]$

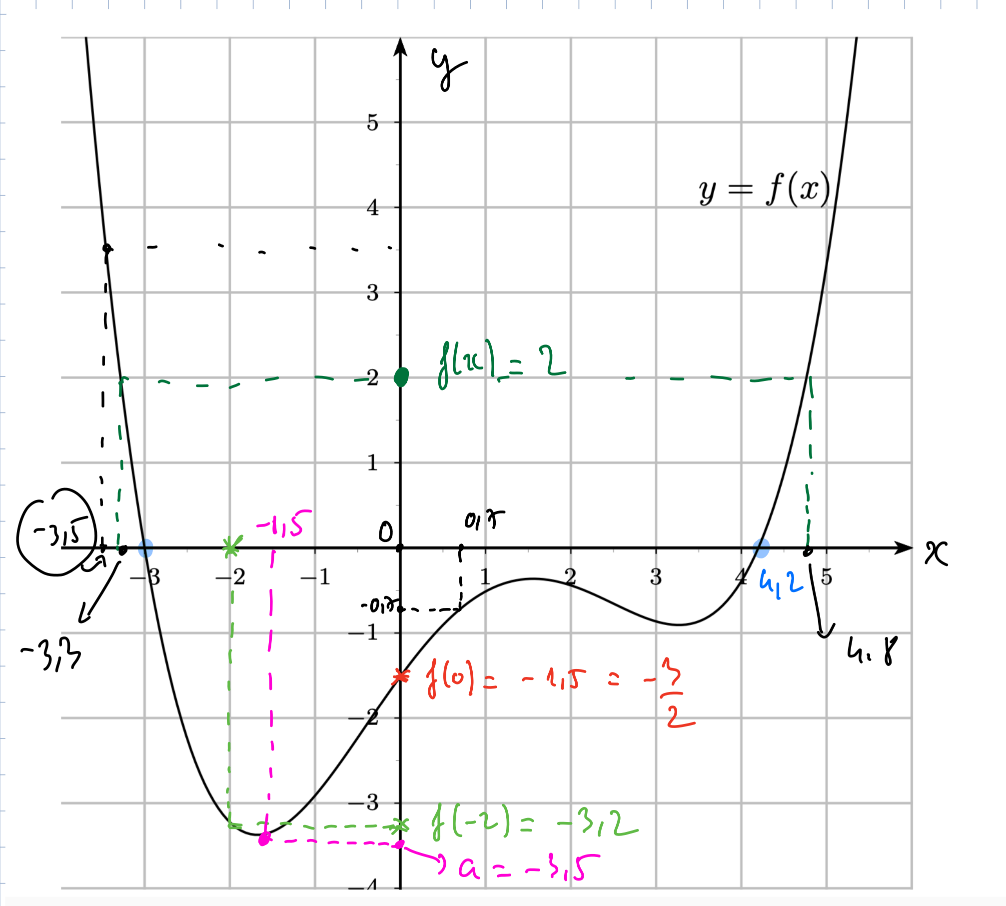
$1-2x \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq 2x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \geq x$

Terminer 3.4.2

devoirs : 3.4.3 + 3.4.4

Jeudi : 10 h

Ex 3.3.2



a) la valeur de $f(0)$

$\boxed{\text{Rappel : } f(x) \text{ est appelé l'image de } x \text{ par } f}$

$f(0)$: c-à-d l'image de $x=0$ par f $\Leftrightarrow$ quand $x=0$
alors quel est $f(0)$?

$\Rightarrow$ En observant le graphe, $x=0$ $\Rightarrow$ $\boxed{f(0) = -1{,}5 = -\frac{3}{2}}$

b) La valeur de $f(-2)$
$\Rightarrow$ quand $x=-2$ $\Rightarrow$ $\boxed{f(-2) = -3{,}2}$

c) Les valeurs de x sachant que $f(x)=0$
c-à-d : $y=0$ $\Rightarrow$ alors on a : $x=-3$ et $x=4{,}2$

donc $\boxed{x \in \{-3 \,;\, 4{,}2\}}$

d) Les valeurs de x sachant que $f(x)=2$

$f(x)=2 \Rightarrow$ c-à-d $y=2$ $\Rightarrow$ alors on a : $x=-3{,}3$
et $x=4{,}8$

$\Rightarrow$ $\boxed{x \in \{-3{,}3 \,;\, 4{,}8\}}$

e) Les valeurs de a sachant que l'équation $f(x)=a$ ne possède qu'une seule solution. Quelle est alors cette solution?

c-à-d il faut chercher l'intersection entre f(x) et a

-> les deux courbes se coupent en un seul point (1 seule solution)

=> sur le graphe, on peut déterminer $a = -3,5$

=> $x = -1,5$

une seule solution $x = -1,5$

f) Les valeurs de x sachant que $f(x) = x$

Quand $x = -2,4 \Rightarrow y = -2,4$

$x = 5,3 \Rightarrow y = 5,3$

$\Rightarrow \boxed{x \in \{-2,4 ; 5,3\}}$

g) Les valeurs de x sachant que $f(x) = -x$

Quand $x = -3,5 \Rightarrow y = 3,5$

$x = 0,7 \Rightarrow y = -0,7$

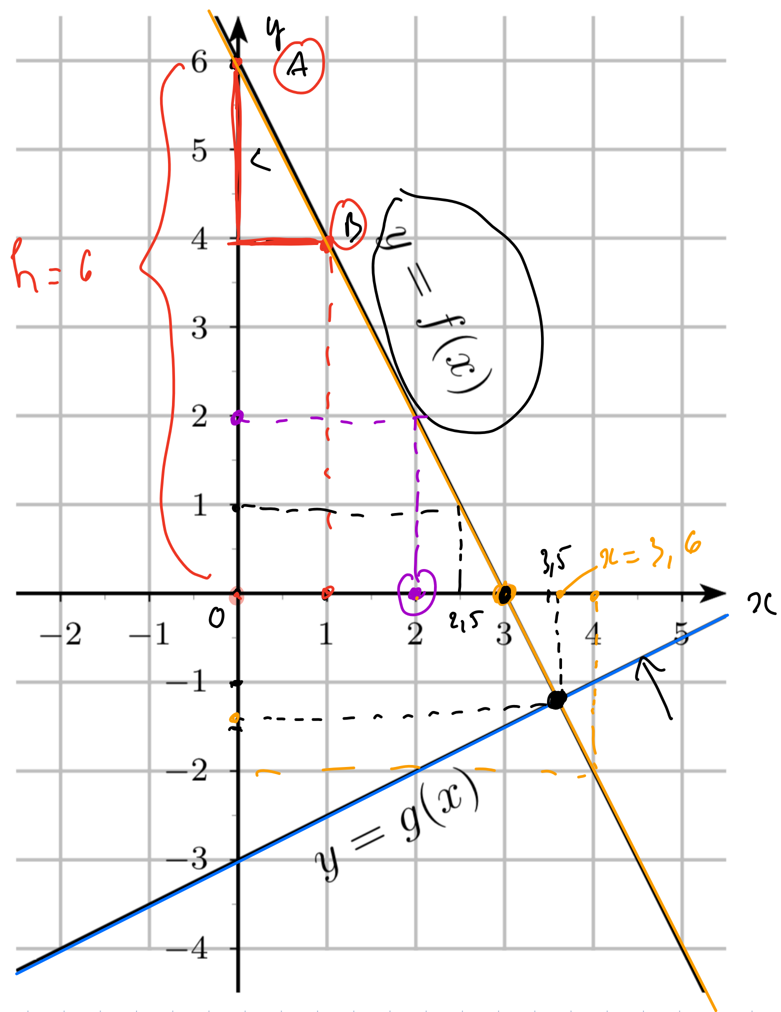
donc $\boxed{x \in \{-3,5 ; 0,7\}}$

Ex 3.3.3

$f(x) = -2x + 6$ et $g(x) = \frac{1}{2}x - 3$

(affine : $y = mx + h$ $\quad m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -2$)

$\uparrow$ pente $\quad \uparrow$ ordonnée à l'origine



a) $f(x) = 0 \iff y = 0 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

b) $f(x) = g(x) \Rightarrow$ la solution est l'intersection entre $f(x)$ et $g(x)$

$\boxed{x \simeq 3,6}$

c) $f(x) = x \iff y = x \Rightarrow$ quand $\boxed{x = 2}$ on a $f(x) = x$

d) $f(x) < 0$ $\Rightarrow$ c-à-d : on doit chercher les x qui satisfont $f(x) < 0$

$\boxed{x > 3}$

e) $f(x) > g(x)$ si $x = 3$ $\underset{0}{\underset{\|}{f(x)}} > \underset{-1,5}{\underset{\|}{g(x)}}$

$x = 3,6$ $f(x) = g(x)$

$\Rightarrow$ $\boxed{x < 3,6}$

f) $f(x) \geq x \iff y \geq x$

on sait que $y = x = 2$

$\Rightarrow$ $\boxed{x \leq 2}$

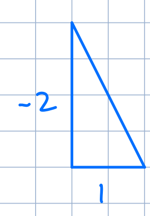
Ex 3.3.4

a) $f(-1) = 2$ et la pente $= -2$

$\Downarrow$

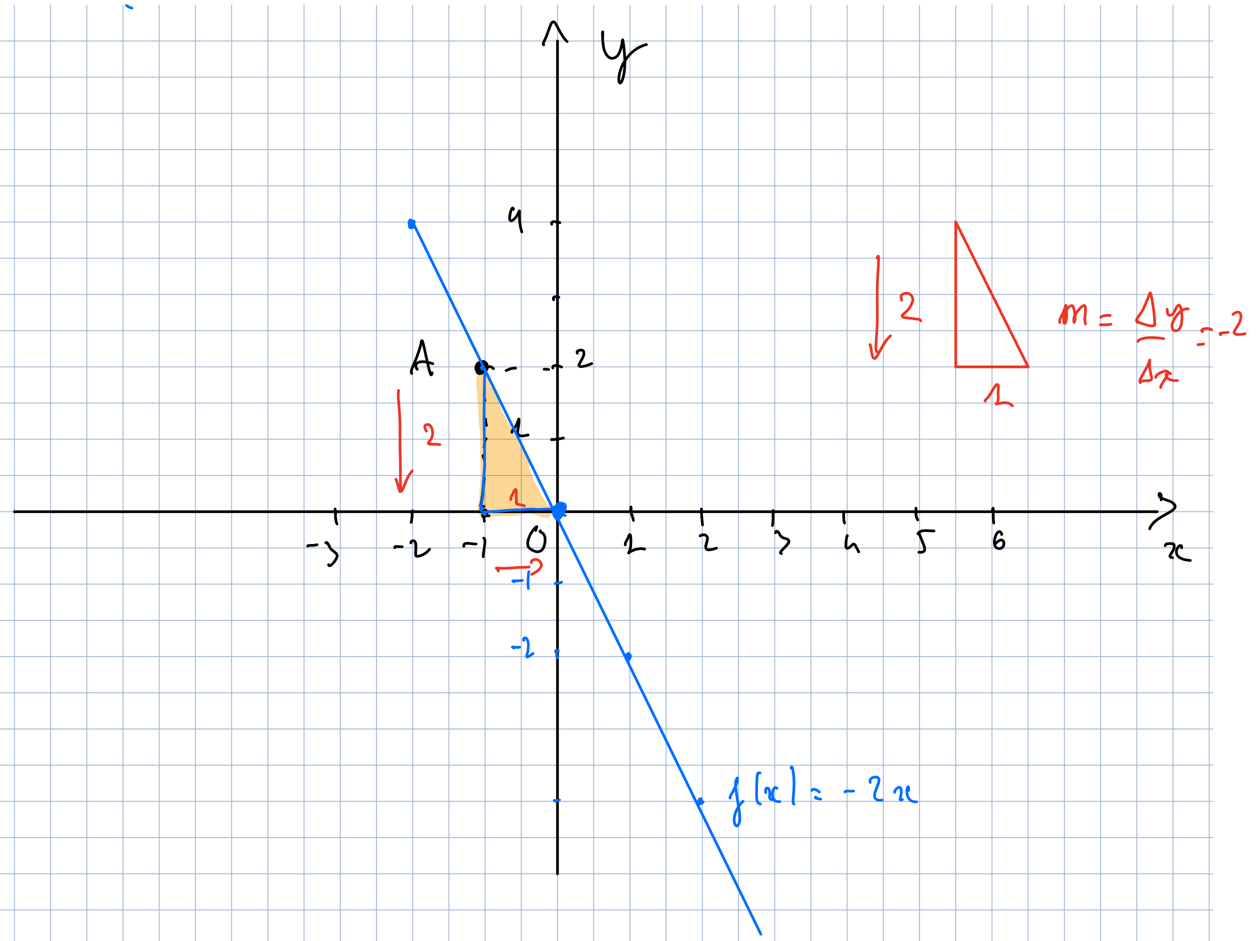
$x = -1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(-1\,;\,2)$

$m = -2 = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -\dfrac{2}{1}$

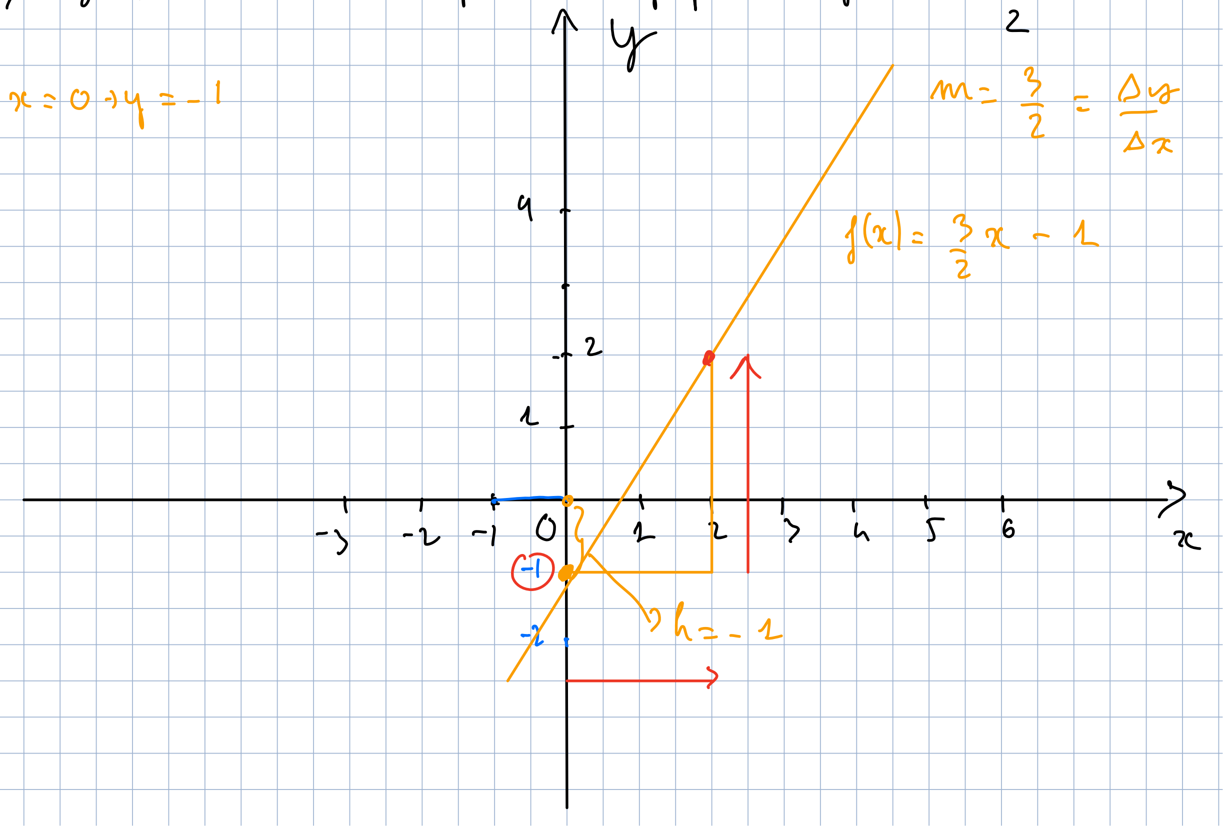


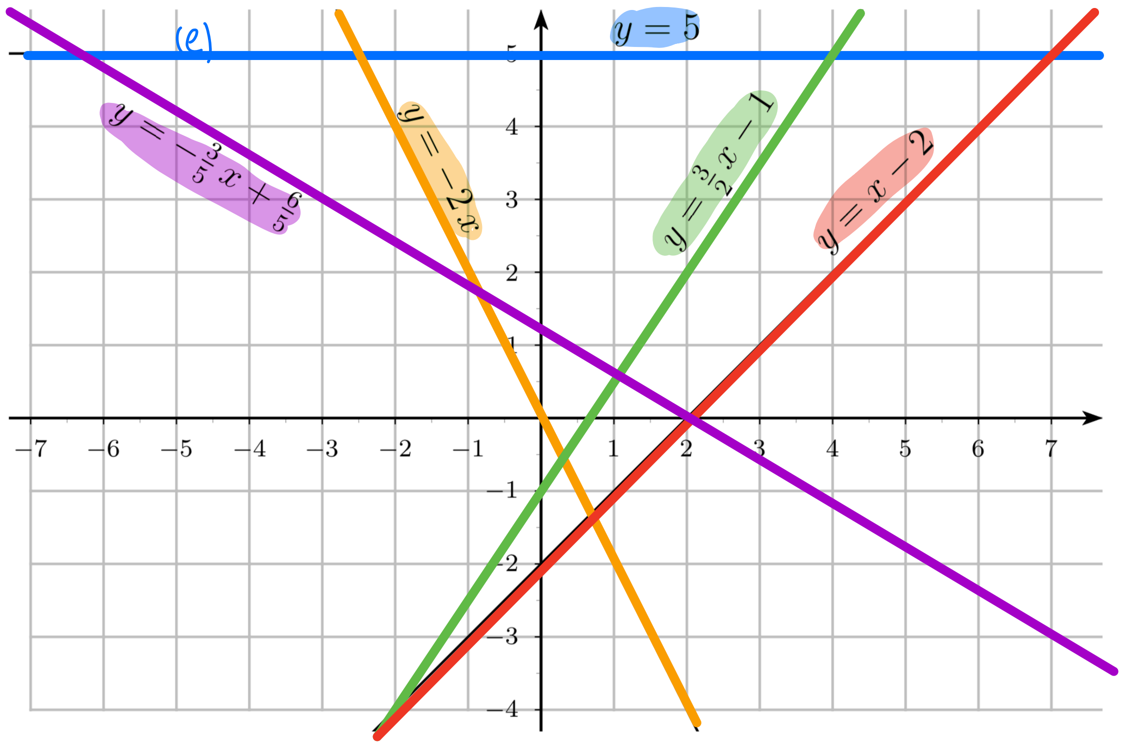
$m = \dfrac{-2}{1} = -2$

$y = \underbrace{m}x + h = -2x + 0$



b) $f(0) = -1$ et la pente du graphe de f vaut $\frac{3}{2}$





c) $f(2) = 0$, $m = -\frac{3}{5}$

$y = mx + \overset{=?}{h}$ $\Rightarrow$ $y = -\frac{3}{5}x + h$

$f(2) = 0$ $\Rightarrow$ le point $(2\,;0)$ se trouve sur la droite donc on peut remplacer les coordonnées de ce point dans l'équation de la droite :

On cherche h

$\Rightarrow$ $0 = -\frac{3}{5} \cdot 2 + h$ $\Rightarrow$ $0 = -\frac{6}{5} + h$

$\Rightarrow$ $h = \frac{6}{5}$ donc $\boxed{y = -\frac{3}{5}x + \frac{6}{5}}$

d) $f(3) = 1$, $m = 1$

$y = mx + h \Rightarrow y = x + h$

$f(3) = 1 \Rightarrow$ le point $(3;1)$ se trouve sur la droite $y = x + h$

$\Rightarrow 1 = 3 + h \Rightarrow h = -2$

donc $\boxed{y = x - 2}$

e) $f(4) = 5$, $m = 0$

$y = mx + h \Rightarrow y = 0 \cdot x + h \Rightarrow$ droite $//$ à Ox

On cherche h : le point $(4;5)$ se trouve sur la droite $\Rightarrow 5 = 0 \cdot 4 + h$

$\Rightarrow h = 5$

donc $\boxed{y = 5}$