PL Applications

Exercice 3.5 :

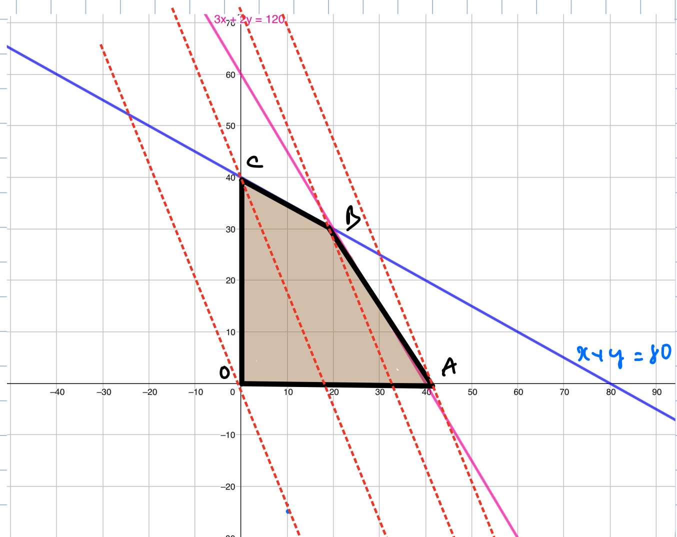
a) x : nombre de boîtes type A

y : 〃 〃 〃 B

	Temps de travail	Quantité de métal
A	1 h	3 kg
B	2 h	2 kg
Tot :	80 h	120 kg

a) - fonction objectif : $f(x;y) = 50x + 20y$

b) - les contraintes : $\begin{cases} 1 \cdot x + 2 \cdot y \leq 80 \\ 3 \cdot x + 2 \cdot y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$



$\leftarrow f(x;y) = 50x + 20y \rightarrow y = -\frac{5}{2}x$

Tracer :

- $x + 2y = 80$

  $y = -\frac{x}{2} + \frac{80}{2}$

  $y = -\frac{1}{2}x + 40$

- $3x + 2y = 120$

  $2y = -3x + 120$

  $y = -\frac{3}{2}x + 60$

vérifier avec $O(0;0)$

- $x + 2y \leq 80$

  $0 \leq 80$ VRAI

- $3x + 2y \leq 120$

  $0 \leq 120$ VRAI

=> Les sommets du polygone de solutions :

$O(0;0)$, $A(40;0)$, $B(20;30)$ et $C(40;0)$

c) Maximiser le profit :

$f(40;0) = 50 \cdot 40 + 20 \cdot 0 = 2000.-$

→ Afin de maximiser le profit, il faut fabriquer 40 boîtes de type A et 0 boîte de type B

→ le profit max $= 2000.-$

Exercice 3.6 :

a) On pose x : voitures

y : camions

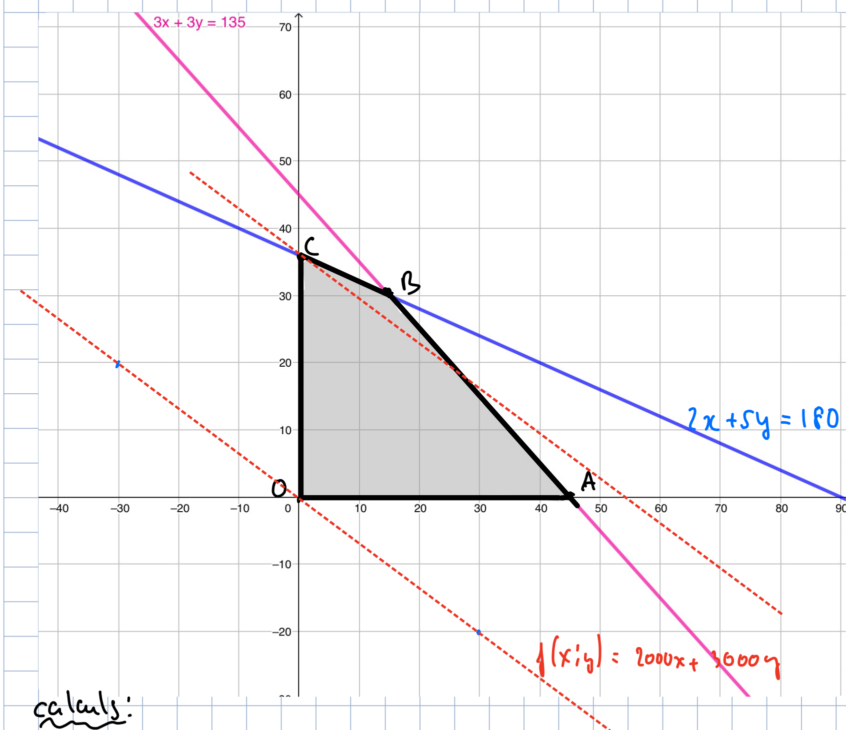
	Atelier A	Atelier B
x : voitures	2	3
y : camions	5	3
tot	180	135

- fonction objectif : $f(x;y) = 2000x + 3000y \Rightarrow 3000y = -2000x$

$y = -\frac{2}{3}x$

- contraintes :

$$\begin{cases} 2x + 5y \leq 180 \\ 3x + 3y \leq 135 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



- Zone de solutions (voir graphe)

- polygone de solutions et sommets :

O(0;0), A(45,0), B(15;30) et C(0;36)

calculs :

- le point A est l'intersection entre $y = 0$ et $3x + 3y = 135$

$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 3x + 3y = 135 \end{cases} \Rightarrow 3x = 135 \Rightarrow x = 45$

donc $A\,(45\,;\,0)$

- le point B est l'intersection entre $3x + 3y = 135$ et $2x + 5y = 180$

$\Rightarrow$ il faut résoudre :

$$\begin{cases} 3x + 3y = 135 & | \cdot 2 \\ 2x + 5y = 180 & | \cdot 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 6y = 270 & (1) \\ 6x + 15y = 540 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow \cancel{6x} + 6y - \cancel{6x} - 15y = 270 - 540$$

$$-9y = -270 \quad | \div (-9)$$

$$y = 30$$

$$\Rightarrow 2x + 5 \cdot 30 = 180$$

$$\Rightarrow 2x + 150 = 180 \quad | - 150$$

$$2x = 30 \quad | \div 2$$

$$x = 15$$

$\Rightarrow B\,(15\,;\,30)$

- Le point C est l'intersection entre $x = 0$ et $2x + 5y = 180$

$\Rightarrow$ résoudre le système :

$$\begin{cases} x = 0 \\ 2x + 5y = 180 \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 0 + 5y = 180$$

$$5y = 180 \quad | \div 5$$

$$y = 36$$

$\Rightarrow C\,(0\,;\,36)$

* Maximiser le profit :

$f(0;0) = 0.-$

$f(45;0) = 90'000.-$

$f(15;30) = 120'000.-$

$f(0;36) = 108'000.-$

⇒ pour maximiser le profit, l'entreprise doit produire 30 camions et 15 voitures (profit max = 120'000.-)

b) $f(x;y) = 1000x + 4000y$

$\Rightarrow f(15;30) = 15 \cdot 1000 + 30 \cdot 4000 = 135'000.-$

$f(0;36) = 0 \cdot 1000 + 36 \cdot 4000 = 144'000.-$

$f(45;0) = 45 \cdot 1000 + 0 \cdot 4000 = 45'000.-$

⇒ il faut produire 36 camions et aucune voiture

⇒ profit max = 144'000.-

c) $f(x;y) = 2000x + 2000y$

$\Rightarrow f(45;0) = 45 \cdot 2000 + 0 \cdot 2000 = 90'000.-$ Max

$f(15;30) = 15 \cdot 2000 + 30 \cdot 2000 = 90'000.-$ Max

$f(0;36) = 0 \cdot 2000 + 36 \cdot 2000 = 72'000.-$

! Si 2 sommets donnent un même maximum de la fonction objectif, alors tout le segment de droite entre ces 2 sommets est un max de la fonction objectif.

Exercice 3.7

On pose : x : nombre de tourtières T

y : " " bol de cretons C

	Quantité de lard (kg)	Main-d'oeuvre (CHF)
T	1	0,25
C	0,5	0,50
Tot	105	60

a) fonction objectif : $f(x;y) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y \Rightarrow \frac{3}{4}y = -\frac{1}{2}x$

$y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} x$

$y = -\frac{2}{3}x$

contraintes :
$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y \leq 105 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y \leq 60 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$

* Zone de solutions :

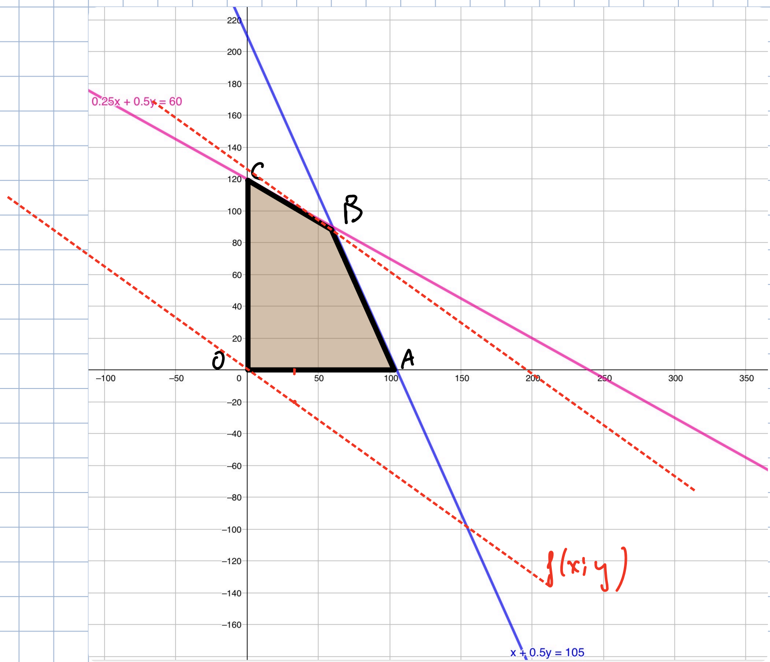
$x + \frac{1}{2}y = 105 \Rightarrow 2x + y = 210 \Rightarrow y = -2x + 210$

pente   ordonnée à l'origine

$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y \leq 60 \Rightarrow x + 2y = 240$

$\Rightarrow 2y = -x + 240$

$y = -\frac{x}{2} + 120$



polygone de solutions

=> sommets

O(0;0), A(105;0), B(60;90)

et C(0;120)

=> pour maximiser le profit, ils doivent fabriquer

60 tourtières et 90 bols

de cretons. En effet :

$f(60;90) = 60 \cdot \frac{1}{2} + 90 \cdot \frac{3}{4}$

$= 97{,}5.-$

b) $f(x;y) = 0{,}5x + 1{,}25y$

$\Rightarrow f(0;120) = 150$ CHF

$f(105;0) = 105 \cdot 0{,}5 + 0 \cdot 1{,}25 = 52{,}5$ CHF

$f(60;90) = 142{,}5$ CHF

=> il faut fabriquer 120 bols de cretons et 0 tourtière pour avoir le profit max = 150 CHF

c) $f(x;y) = 1 \cdot x + 0{,}25y$

$\Rightarrow f(105;0) = 105 + 0{,}25 \cdot 0 = 105$ CHF

=> il faut fabriquer 105 tourtières et aucun bol de cretons pour avoir le profit max = 105 CHF