

CORRIGÉ

2.24
~~6.38~~

Le nombre d'heures de fonctionnement de 50 piles à combustible a été mesuré.

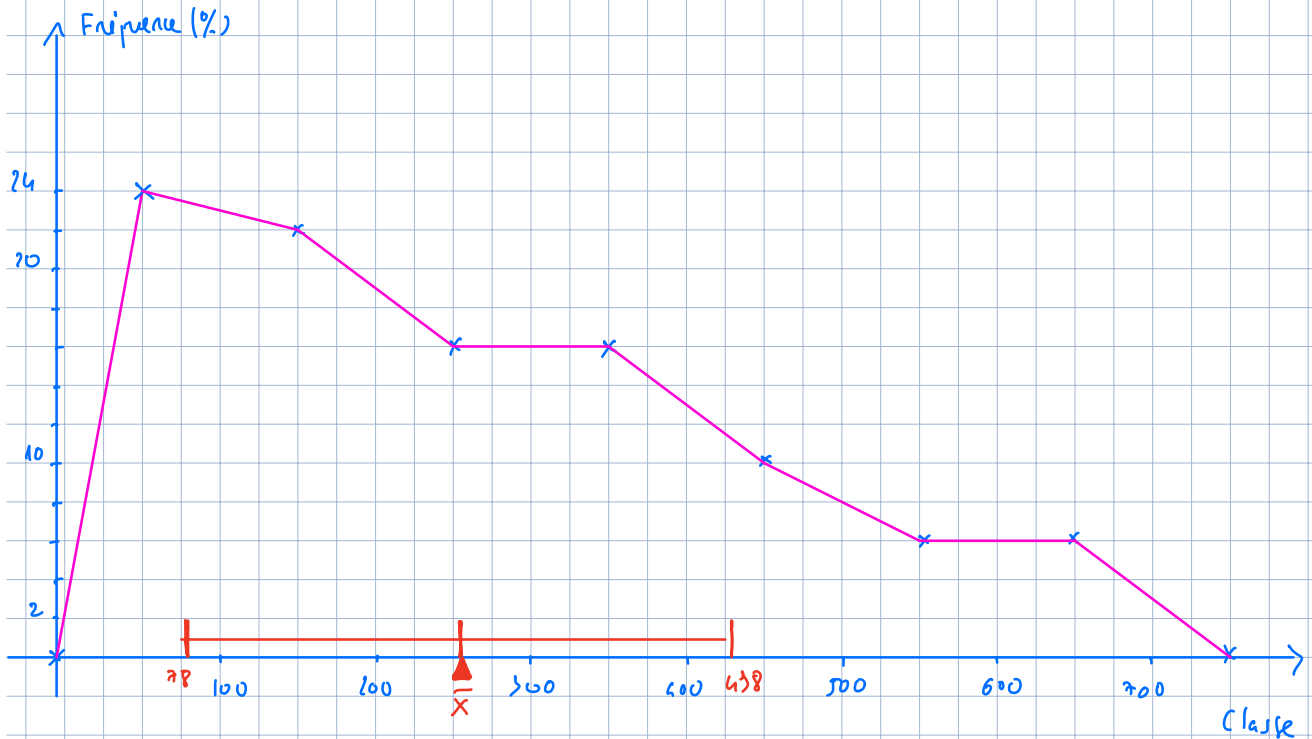
15 238 164 222 764 501 2 43 140 104
 492 158 85 311 432 130 308 954 489 491
 335 60 209 104 286 229 22 347 326 332
 20 225 89 125 61 34 3 287 125 318
 91 305 192 491 209 168 869 183 541 552

- Regrouper ces données dans un tableau de distribution en formant des classes d'amplitude égale à 100 heures, avec une dernière classe ouverte « ≥ 600 » et représenter le polygone des fréquences correspondant.
- A l'aide du tableau, estimer par calculs la moyenne et l'écart-type. Représenter sur le graphique la moyenne par un triangle et l'écart-type par un intervalle et interpréter.
- En utilisant la moyenne et l'écart-type obtenus sous b), calculer la cote z des deux valeurs extrêmes. Interpréter et critiquer l'interprétation.
- Représenter le polygone des fréquences cumulées.
- Déterminer graphiquement les quartiles et interpréter.
- La compagnie qui fabrique ces piles garantit leur durée de vie. Ainsi, si une pile achetée dure moins de a heures, la compagnie s'engage à la remplacer gratuitement. D'après cet échantillon, quelle doit être la valeur de a si le fabricant ne veut pas remplacer plus de 3% des piles vendues ?

a)

| classe | valeur centrale | Effectif | Fréquence (%) | Fréquence cumulée (%) |
|------------|-----------------|----------|---------------|-----------------------|
| [0; 100[| 50 | 12 | 24% | 24% |
| [100; 200[| 150 | 11 | 22% | 46% |
| [200; 300[| 250 | 8 | 16% | 62% |
| [300; 400[| 350 | 8 | 16% | 78% |
| [400; 500[| 450 | 5 | 10% | 88% |
| [500; 600[| 550 | 3 | 6% | 94% |
| ≥ 600 | 650 | 3 | 6% | 100% |
| Total | — | 50 | 100% | — |

* polygone des fréquences.



b) Moyenne :

$$\bar{X} = \frac{50 \cdot 12 + 150 \cdot 11 + \dots + 650 \cdot 3}{50} = \frac{12900}{50} = 258$$

Variance :

$$S^2 = \frac{12 \cdot 50^2 + 11 \cdot 150^2 + \dots + 3 \cdot 650^2}{50} - (258)^2$$

$$= \frac{6945000}{50} - (258)^2 = 32336$$

Écart-type :

$$S = \sqrt{32336} \approx 179,82$$



=> une grosse partie des données sont entre 78 et 438 heures.

c) cote z de 2 : $\frac{2 - 258}{179,82} \approx -1,42$

cote z de 869 : $\frac{869 - 258}{179,82} \approx 3,87$

=> Une durée de 2h n'est pas exceptionnelle, alors qu'une durée de 869h est exceptionnelle.

! L'interprétation des 2h n'est pas vraiment valide puisque pour ces données,

le plus petit cote z vaut $\frac{0 - 258}{179,82} \approx -1,43$



e) Médiane :

classe médiane : $\overset{100}{[200; 300]}$

fréquence cumulée
46%

fréquence cumulée
62%

$$\rightarrow 62\% - 46\% = 16\% \text{ pour la classe } [200; 300[$$

fréquence cumulée pour \tilde{x} : 50%

et \tilde{x} se trouve dans $[200; \tilde{x}[$

fréquence cumulée
46%

fréquence cumulée
50%

$$\Rightarrow 50\% - 46\% = 4\% \text{ pour } [200; \tilde{x}[$$

$$\Rightarrow 16\% \rightarrow 100$$

$$4\% \rightarrow x \Rightarrow x = \frac{4\% \cdot 100}{16\%} = 25$$

$$\Rightarrow \tilde{x} = 200 + 25 = \boxed{225}$$

* 1^{er} quartile :

Comme pour le calcul de \tilde{x} : ici, $Q_1 \rightarrow 25\%$ fréquence cumulée

\Rightarrow classe $[100; 200[$

fréquence : 24%
cumulée

46% fréquence
cumulée

$$\rightarrow 29\% \text{ pour } [100; 200[$$

$$\Rightarrow [100; Q_1[$$

$$\Rightarrow 25\% - 24\% = 1\% \text{ pour } [100; \underbrace{Q_1}_x[$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 21\% &\longrightarrow 100 \\ 1\% &\longrightarrow x \Rightarrow x = \frac{1\% \cdot 100}{21\%} \approx 4,55 \\ \Rightarrow Q_1 &= 100 + 4,55 \approx 104,55 \approx \boxed{105} \end{aligned}$$

* 3^e quartile :

même principe de calcul, $Q_3 \rightarrow 75\%$

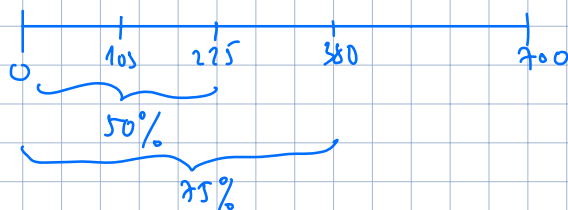
classe $[300; 400[$ dépasse 75%

62% \swarrow \searrow 78% $\rightarrow 78\% - 62\% = 16\%$ pour $[300; 400[$
100

Q_3 de 75% $\rightarrow [300; Q_3[$

62% \swarrow \searrow 75%
 $\rightarrow 75\% - 62\% = 13\%$ pour $[300; Q_3[$
 $\rightarrow 16\% \rightarrow 100$
 $13\% \rightarrow x \rightarrow x = \frac{13\% \cdot 100}{16\%} = 81,25$

$$\Rightarrow Q_3 = 300 + 81,25 = \boxed{381,25}$$



25% des piles fonctionnent moins de 105h
 50% des piles fonctionnent entre 105 et 380h
 75% des piles fonctionnent plus de 380h.

1) On cherche la valeur de a qui donne le quantile de 3%

$[0; 100[$ dépasse 3% de la fréquence cumulée
0% 24% → 24% pour le classe $[0; 100[$

et $[0; a[$
0% 3% → 3% pour le classe $[0; a[$

→ 24% → 100

$$3\% \rightarrow a \Rightarrow a = \frac{3\% \cdot 100}{24\%} = 12,5$$

∴ Le fabricant doit garantir une durée de 12,5 heures s'il ne veut pas remplacer plus de 3% des piles.