2E AN

Factorisation

Factoriser : transformer une somme en un produit.

-> • Une somme : est le résultat de l'addition de deux ou plusieurs termes

• Un produit : est le résultat de la multiplication de deux ou plusieurs facteurs.

1) Mise en évidence :

Rappelons la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction :

produits

$a(b+c) =$

$a\cdot(b-c) =$

sommes

Cette propriété permet de développer (ou effectuer) une expression, c-à-d, de transformer un produit en une somme. Lorsqu'on lit les égalités dans l'autre sens, on transforme une somme en un produit, c-à-d, on factorise :

Sommes

$ab + ac =$

$ab - ac =$

produits

On dit qu'on a mis en évidence le facteur commun a.

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{La mise en évidence permet d'écrire un expression sous forme de facteurs}}$

* Remarque :

On peut également mettre en évidence le signe $-$:

$-a-b = -(a+b)$

$-a+b = -(a-b)$! Si l'on met le $-$ en évidence,

$a-b = -(-a+b)$ les termes changent de signe à

$a+b = -(-a-b)$ l'intérieur des ( ).

2) Produits remarquables :

Rappelons les identités remarquables :

a) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

double produit précédé de + ou -

b) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

c) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

différence de deux carrés

* Remarques importantes :

i) Ne pas confondre : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

et $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$

ii) Une somme de deux carrés a^2+b^2 ne se factorise pas !

* Identités remarquables de degré 3 :

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

3) Trinôme unitaire du second degré :

$$x^2 + bx + c = (x+\alpha)(x+\beta) = x^2 + \alpha \cdot x + \beta \cdot x + \alpha \cdot \beta = x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\cdot\beta$$

$\Rightarrow$ Il faut que : $\boxed{\alpha \cdot \beta = c}$ et que $\boxed{\alpha + \beta = b}$

On trouve α et β par tâtonnement.

4) Méthode du discriminant

$P(x) = ax^2 + bx + c$, $a \in \mathbb{R}^*$ et $b, c \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Discriminant : $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$

Les zéros du polynôme $P(x)$ sont les solutions de l'équation du 2^e degré :

$$P(x) = 0$$

- Si $\Delta < 0$ $\Rightarrow$ aucun zéro $\Rightarrow$ $P(x)$ n'est pas factorisable
- Si $\Delta = 0$ $\Rightarrow$ un zéro (double) : $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ $\Rightarrow$ $\boxed{P(x) = a(x-x_1)^2}$

• Si $\Delta > 0$ $\Rightarrow$ deux zéros : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\Rightarrow \boxed{P(x) = a(x-x_1)(x-x_2)}$$

5) Méthode de groupements

Cette méthode des groupements ne s'applique que lorsqu'on a au moins 4 termes (en général 4).

* Principe :

- Former plusieurs groupes de termes (en général deux groupes) de manière à mettre en évidence un même facteur dans chaque groupe.
- Mettre en évidence ce facteur commun
- Terminer la factorisation.