

## Factorisation

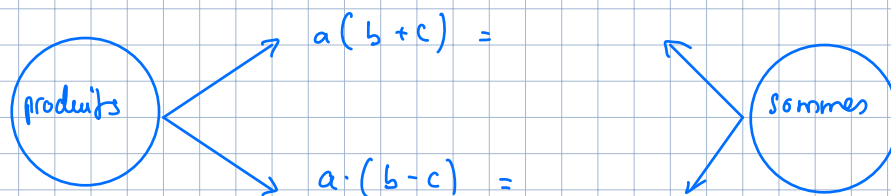
Factoriser : transformer une somme en un produit.

-> . Une somme : est le résultat de l'addition de deux ou plusieurs termes

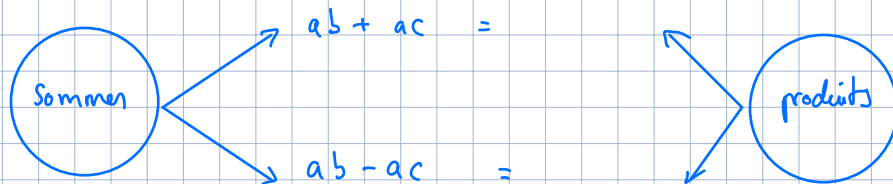
. Un produit : est le résultat de la multiplication de deux ou plusieurs facteurs.

### 1) Mise en évidence :

Rappelons la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction :



Cette propriété permet de développer (ou effectuer) une expression, c-à-d, de transformer un produit en une somme. Lorsqu'on lit les égalités dans l'autre sens, on transforme une somme en un produit, c-à-d, on factorise :



On dit qu'on a mis en évidence le facteur commun a.

=> La mise en évidence permet d'écrire une expression sous forme de facteurs

\* Remarque :

On peut également mettre en évidence le signe - :

$$-a - b = -(a + b)$$

$$-a + b = -(a - b)$$

$$a - b = -(-a + b)$$

$$a + b = -(-a - b)$$

! si l'on met le - en évidence, les termes changent de signe à l'intérieur des ( ).

2) Produits remarquables:

Rappelons les identités remarquables:

a)  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  double produit précédé de + ou -

b)  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

c)  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

↑  
différence de deux carrés

\* Remarques importantes :

i) Ne pas confondre :  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

et  $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$

ii) Une somme de deux carrés  $a^2 + b^2$  ne se factorise pas !

\* Identités remarquables de degré 3:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

3) Trinôme uniaire du 2<sup>e</sup> degré:

$$x^2 + bx + c = (x+d)(x+\beta) = x^2 + d \cdot x + \beta \cdot x + d \cdot \beta = x^2 + (d+\beta)x + d \cdot \beta$$

=> Il faut que :  $d \cdot \beta = c$  et que  $d + \beta = b$

On trouve  $d$  et  $\beta$  par tâtonnement.

4) Méthode du discriminant

$$P(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \in \mathbb{R}^* \text{ et } b, c \in \mathbb{R}$$

=> Discriminant :  $\Delta = b^2 - 4ac$

Les zéros du polynôme  $P(x)$  sont les solutions de l'équation du 2<sup>e</sup> degré:

$$P(x) = 0$$

• Si  $\Delta < 0$  => aucun zéro =>  $P(x)$  n'est pas factorisable

• Si  $\Delta = 0$  => un zéro (double):  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$  =>  $P(x) = a(x - x_1)^2$

• si  $\Delta > 0$   $\Rightarrow$  deux zéros :  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\Rightarrow P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

### 5) Méthode de groupements

Cette méthode des groupements ne s'applique que lorsqu'on a au moins 4 termes (en général 4).

\* Principe:

- Former plusieurs groupes de termes (en général deux groupes) de manière à mettre en évidence un même facteur dans chaque groupe.
- Mettre en évidence ce facteur commun
- Terminer la factorisation.