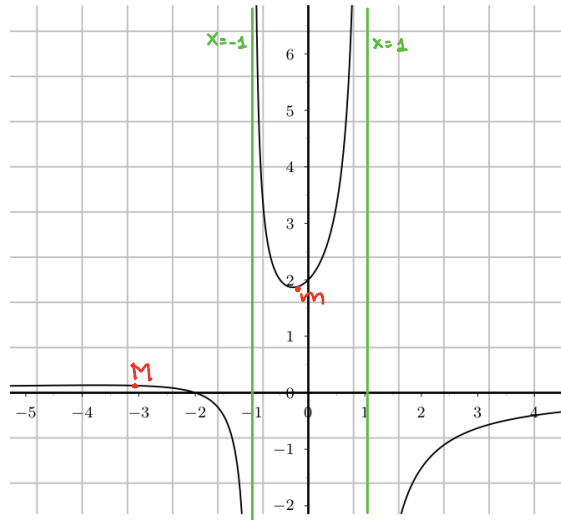


Exercice 2.18

On a tracé ci-dessous une partie du graphe de la fonction

$$f(x) = \frac{x+2}{1-x^2}$$



Max  $M(\sim -0.4; \sim 0.2)$

min  $m(\sim -0.3; \sim 1.8)$

a) A partir du graphe, étudier la croissance de la fonction.



b) Calculer la dérivée de la fonction et donner le tableau des signes de la dérivée.  
Vérifier les calculs à l'aide de la question a).

$$f(x) = \frac{x+2}{1-x^2} = \frac{x+2}{(1+x)(1-x)}$$

valeurs interdites :  $\downarrow$   $-1$   $\downarrow$   $1$   $\Rightarrow$   $ED(f) = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$

• dérivée:  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{(x+2)' \cdot (1-x^2) - (x+2)(1-x^2)'}{(1-x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1(1-x^2) - (x+2)(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{1-x^2+2x^2+4x}{(1-x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+4x+1}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2+4x+1}{(1-x)^2 \cdot (1+x)^2} \quad \triangle (1-x)^2 = (x-1)^2 \text{ (réponse p.31)}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{(1-x)^2(1+x)^2}$$

val. interdites:  $\begin{matrix} 1 \\ (-2) \end{matrix}$   $\begin{matrix} -1 \\ (-2) \end{matrix}$   $\Rightarrow$   $ED(f') = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$

zéro(s) de  $f'(x)$ :

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 12$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} \quad \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} \begin{matrix} x_1 \approx -3,432 \\ x_2 \approx -0,268 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \triangle \\ \end{matrix} \quad \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(2 \pm \sqrt{3})}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

sgn( $f'$ )  $-\infty$   $+$   $\overset{(-2)}{\sim -3,432}$   $-$   $\overset{(-2)}{1}$   $\sim -0,268$   $+$   $\overset{(-2)}{1}$   $+$   $+\infty$

croiss( $f$ )  $\nearrow$  Max  $\searrow$  Min  $\nearrow$   $\searrow$

$$f(x_1) \approx 0,134 \Rightarrow \text{Max} \sim (-3,432; 0,134)$$

$$f(x_2) \approx 1,866 \Rightarrow \text{Min} \sim (-0,268; 1,866)$$