Chapitre 4 : 3C

Corrigé : Probabilités

Définition de la notion de probabilité

Exercice 3.1 :

lancer un dé : 6 possibilités $\Rightarrow U = \{1;2;3;4;5;6\}$

$\Rightarrow |U| = 6$

$$\boxed{P = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}}$$

a) $P(\text{"2"}) = \frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} \cong \boxed{16{,}7\%}$

b) numéro pair : 2 / 4 / 6 $\Rightarrow$ 3 choix

$\Rightarrow P(\text{"pair"}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = \boxed{50\%}$

c) numéro supérieur à 4 : 5 et 6 $\Rightarrow$ 2 choix

$\Rightarrow P(\text{"}>4\text{"}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}\overline{3} \boxed{\cong 33{,}3\%}$

Exercice 3.2 :

$U = \{36 \text{ cartes}\} = \{9 \text{ piques}, 9 \text{ trèfle}; 9 \text{ coeurs}; 9 \text{ carreaux}\}$

As / roi / dame / valet / 10 / 9 / 8 / 7 / 6

a) 4 as $\Rightarrow P(\text{"as"}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} = 0{,}\overline{1} \cong \boxed{11{,}1\%}$

b) 9 carreaux $\Rightarrow P(\text{"1 carreau"}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \boxed{= 25\%}$

c) Le valet de coeur est unique $\Rightarrow P(\text{"V}\heartsuit\text{"}) = \frac{1}{36} = 0{,}02\overline{7} \boxed{\cong 2{,}78\%}$

Exercice 3.3 :

Calculatrice : 36 2nd nCr 3

Tous les tirages de 3 cartes : $C_3^{36} = 7140 = |U|$

a) Tous les tirages de 3 as : $C_3^{4} = 4$

4 as

$\Rightarrow P(\text{" 3 as "}) = \dfrac{4}{7140} \cong 0{,}00056 \cong \boxed{0{,}056\ \%}$

b) Tous les tirages de $\underbrace{\text{2 rois}}$ et $\underbrace{\text{1 dame}}$:

4 Rois 4 dames

$C_2^{4} \cdot C_1^{4} = 6 \cdot 4 = 24$

$\Rightarrow P(\text{" 2R + 1D "}) = \dfrac{24}{7140} \cong 0{,}00336 \cong \boxed{0{,}34\ \%}$

c) " Au moins un valet "

36-4 valets

$\Rightarrow$ 4 cas possibles

- 1 valet et 2 cartes : $C_1^{4} \cdot C_2^{32} = 1984$
- 2 valets et 1 carte : $C_2^{4} \cdot C_1^{32} = 192$
- 3 valets et 0 cartes : $C_3^{4} = 4$
- 4 valets : impossibles (on tire 3 cartes)

$\Rightarrow P(\text{" au moins 1 valet "}) = \dfrac{C_1^4 \cdot C_2^{32} + C_2^4 \cdot C_1^{32} + C_3^4}{C_3^{36}} = \dfrac{1984 + 192 + 4}{7140}$

$= \dfrac{2180}{7140} \cong 0{,}305 \cong \boxed{30{,}5\ \%}$

• Autre méthode :

Le contraire de "au moins 1 valet" c'est tirer "aucun valet"

$\Rightarrow C_3^{32} = 4960$

$\Rightarrow$ Le contraire : $7140 - 4960 = 2180$

$\Rightarrow P(\text{"au moins 1 valet"}) = \dfrac{2180}{7140} \cong 0{,}305 \cong \underline{30{,}5}\,\%$

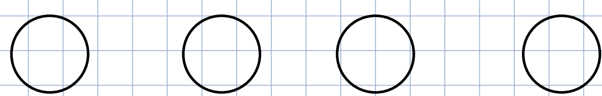
• Autre méthode :

Tirer "aucun valet" $C_3^{32} = 4960$

$\Rightarrow P(\text{" aucun valet"}) = \dfrac{4960}{7140} \cong 0{,}6947 \cong 69{,}5\,\%$

$\Rightarrow$ Le contraire : $P(\text{"au moins 1 valet"}) = 100\,\% - 69{,}5\,\% = \underline{30{,}5}\,\%$

Exercice 3.4 :

Tous les lancers : 

P/F P/F P/F P/F

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

a) PPFF $\Rightarrow$ 1 seule possibilité :

$\Rightarrow P(\text{"PPFF"}) = \dfrac{1}{16} = 0{,}0625 = \boxed{6{,}25\,\%}$

b) 2 P et 2 F $\Rightarrow$ il faut trouver tous les anagrammes de "PPFF"

$\Rightarrow \overline{P}_4(2;2) = \dfrac{4!}{2!\,2!} = \dfrac{24}{4} = 6$ (ou $C_2^4 = 6$: choix de 2 places pour PP)

PPFF / PFPF / PFFP / FPPF / FPFP / FFPP

$\Rightarrow P(\text{"2P et 2F"}) = \frac{6}{16} = 0{,}375 = \boxed{37{,}5\,\%}$

(ou $6 \cdot 6{,}25\,\% = 37{,}5\,\%$)

c) au plus une fois pile < 0 P / 1 P

0 P $\Rightarrow$ FFFF $\Rightarrow$ 1 cas

1 P $\Rightarrow$ PFFF ou FPFF ou FFPF ou FFFP $\Rightarrow$ 4 cas

$C_1^4 = 4$ ou $C_3^4 = 4$

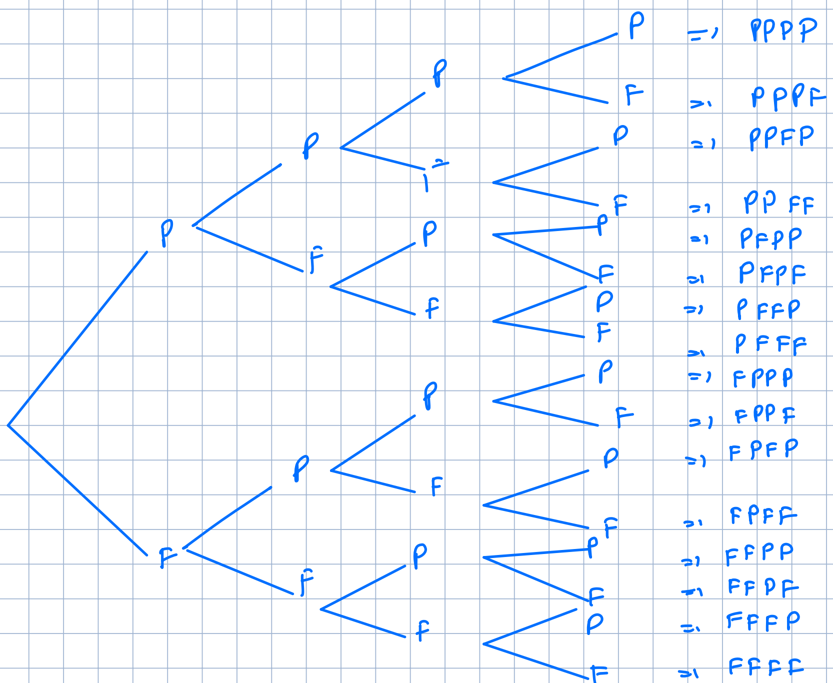
ou $\overline{P}_4(3) = \frac{4!}{3!} = 4$

$\Rightarrow$ Total : 5 cas

$\Rightarrow P(\text{"au plus une fois Pile"}) = \frac{5}{16} = 0{,}3125 = \boxed{31{,}25\,\%}$

! Arbre :

1er lancer 2ème 3ème 4ème



3.5 On jette simultanément un dé rouge et un dé blanc. Quelle est la probabilité d'amener :

a) deux numéros égaux ?

b) un 2 et un 5 ?

c) un 2 rouge et un 5 blanc ?

d) une somme égale à 7 ?

e) une somme au plus égale à 3 ?

f) une somme au plus égale à 11 ?

1 R	1 B	2 R	1 B	3 R	1 B	4 R	1 B	5 R	1 B	6 R	1 B
1 R	2 B	2 R	2 B	3 R	2 B	4 R	2 B	5 R	2 B	6 R	2 B
1 R	3 B	2 R	3 B	3 R	3 B	4 R	3 B	5 R	3 B	6 R	3 B
1 R	4 B	2 R	4 B	3 R	4 B	4 R	4 B	5 R	4 B	6 R	4 B
1 R	5 B	2 R	5 B	3 R	5 B	4 R	5 B	5 R	5 B	6 R	5 B
1 R	6 B	2 R	6 B	3 R	6 B	4 R	6 B	5 R	6 B	6 R	6 B

$\Rightarrow$ $6 \cdot 6 = 36$ tirages possibles

a) Deux numéros égaux :

1R 1B / 2R 2B / 3R 3B / 4R 4B / 5R 5B / 6R 6B $\Rightarrow$ 6 cas

$\Rightarrow P(\text{"2 numéros égaux"}) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6} = 0,1\overline{6} \cong \boxed{16,7\,\%}$

b) un 2 et un 5

2R 5B

5R 2B

$\Rightarrow$ 2 cas

$\Rightarrow P(\text{"un 2 et un 5"}) = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18} = 0,0\overline{5} = \boxed{5,6\,\%}$

c) un 2 rouge et un 5 blanc

$\Rightarrow$ 1 cas : 2R 5B $\Rightarrow P(\text{"2R 5B"}) = \dfrac{1}{36} = 0,02\overline{7} \boxed{\cong 2,8\,\%}$

d) une somme égale à 7 :

$\Rightarrow$ $7 = 1 + 6$ $\Rightarrow$ 1R 6B

$7 = 2 + 5$ $\Rightarrow$ 2R 5B

$7 = 3 + 4 \Rightarrow 3R\ 4B$

$7 = 4 + 3 \Rightarrow 4R\ 3B$

$7 = 5 + 2 \Rightarrow 5R\ 2B$

$7 = 6 + 1 = 6R\ 1B$

$\Rightarrow$ en tout : 6 cas

$\Rightarrow P(\text{" somme = 7 "}) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} \simeq \boxed{16{,}7\ \%}$

e) une somme au plus égale à 3

$$\left.\begin{array}{l} \text{somme} = 2 \rightarrow 1R\ 1B \\ \text{somme} = 3 \rightarrow 1R\ 2B \\ \qquad\qquad\quad\ \ 2R\ 1B \end{array}\right\} 3 \text{ cas}$$

$\Rightarrow P(\text{" somme} \leq 3\text{ "}) = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12} = 0{,}08\overline{3} \simeq \boxed{8{,}3\ \%}$

f) Une somme au plus égale à 11.

$\Rightarrow$ le contraire : somme = 12 $\rightarrow$ 6R 6B $\rightarrow$ 1 cas

donc $36 - 1 = 35$ cas

$\Rightarrow P(\text{" somme} \leq 11\text{ "}) = \dfrac{35}{36} = 0{,}97\overline{2} \simeq \boxed{97{,}2\ \%}$

Exercice 3.6 :

Tous les tirages : $C_{13}^{52} \cong 6{,}35 \cdot 10^{11}$

52 - 4 rois

Tous les tirages avec 3 rois : $C_3^4 \cdot C_{10}^{48} \cong 2{,}62 \cdot 10^{10}$

$\Rightarrow P(\text{" 3 Rois "}) = \dfrac{2{,}62 \cdot 10^{10}}{6{,}35 \cdot 10^{11}} \cong 0{,}041 \boxed{\cong 4{,}1\,\%}$

Exercice 3.7 :

Tous les tirages : $C_3^{36} = 7140$

9 cartes par couleur

a) 3 cartes de même couleurs : $4 \cdot C_3^9 = 4 \cdot 84 = 336$

4 couleurs

$\Rightarrow P = \dfrac{336}{7140} \cong 0{,}0471 \boxed{\cong 4{,}7\,\%}$

b) 3 rois : $C_3^4 = 4$

$\Rightarrow P = \dfrac{4}{7140} \cong 0{,}00056 \cong \boxed{0{,}056\,\%}$

c) 1 as et 2 rois : $C_1^4 \cdot C_2^4 = 4 \cdot 6 = 24$

$\Rightarrow P = \dfrac{24}{7140} \cong 0{,}0034 \cong \boxed{0{,}34\,\%}$

d) 2 cartes de la même couleur :

$\Rightarrow$ choix de 2 couleurs : $C_2^4 = 6$

$\Rightarrow$ choix des cartes : $C_1^9 \cdot C_2^9 = 9 \cdot 36 = 324$

$\Rightarrow$ choix de la couleur pour 1 ou 2 cartes : $\underline{2}$

$\Rightarrow P = \dfrac{\text{nombre de choix favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \dfrac{6 \cdot 324 \cdot 2}{7140}$

$P \cong 0,5445 \cong \boxed{54,5\%}$

• Autre méthode :

Choix de la couleur avec 2 cartes : $C_1^4 = 4$

Choix des 2 cartes : $C_2^9 = 36$

Choix d'une 3ème carte : $C_1^{27} = 27$ $(36 - 9 = 27)$

$\Rightarrow 4 \cdot 36 \cdot 27 = 3888$

$\Rightarrow P = \dfrac{3888}{7140} \cong 0,5445 \cong 54,5\%$

e) 2 rouges + 1 noire :

$C_2^{\overset{\text{rouges}}{18}} \cdot C_1^{\overset{\text{noires}}{18}} = 153 \cdot 18 = 2754$

$\Rightarrow P = \dfrac{2754}{7140} \cong 0,3857 \cong \boxed{38,6\%}$

f) 1 as, 1 roi, 1 dame : $C_1^4 \cdot C_1^4 \cdot C_1^4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

$\Rightarrow P = \dfrac{64}{7140} \cong 0,00896 \cong \boxed{0,9\%}$

g) 1 pique, 1 carreau, 1 trèfle : $C_1^9 \cdot C_1^9 \cdot C_1^9 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^3 = 729$

$\Rightarrow P = \dfrac{729}{7140} \cong 0,102 \cong \boxed{10,2\%}$

Exercice 3.9 :

Nombre de personnes ayant répondu à l'enquête :

$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 543 + 310 + 156 + 81 = 1090$ personnes

a) $P(\text{" Tomber exactement 1 fois en panne "}) = \frac{310}{1090} \simeq 28,44\%$

b) $P(\text{" Tomber en panne moins de 2 fois "}) = P(\text{" Tomber en panne 0 ou 1 fois "})$

$= \frac{543 + 310}{1090} = \frac{853}{1090} \simeq \boxed{78,26\%}$

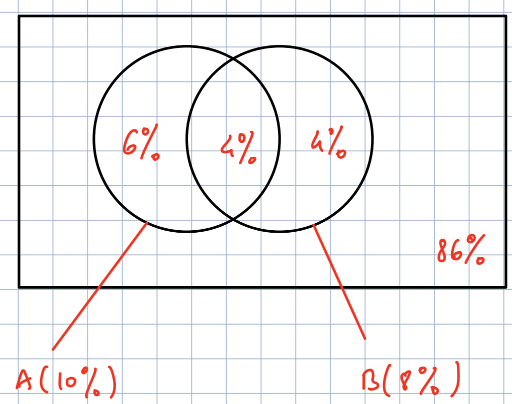
! Autre méthode :

$P(\text{" 0 panne "}) + P(\text{" 1 panne "}) = \frac{543}{1090} + \frac{310}{1090}$

$\simeq 49,82\% + 28,44\% \simeq 78,26\%$

Diagrammes de Venn

Exercice 3.10 :



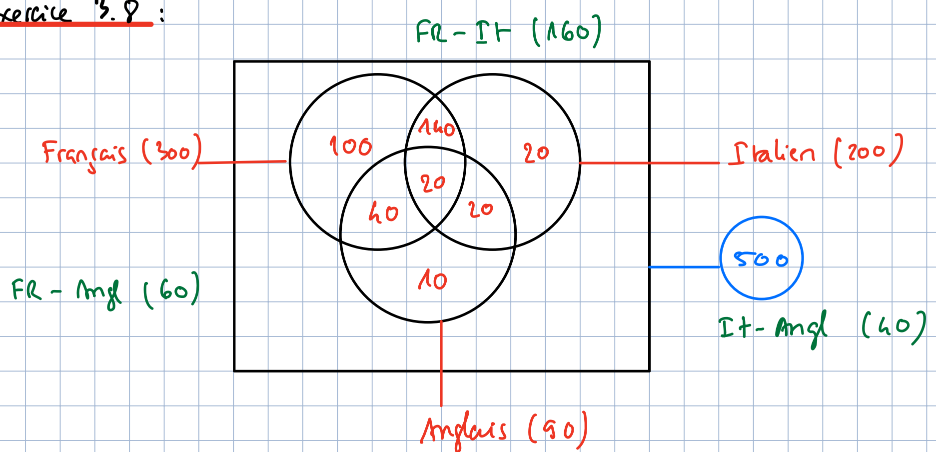
a) Au moins 1 défaut : $6 + 4 + 4 \boxed{= 14\,\%}$

b) A uniquement : $\boxed{6\,\%}$

c) un seul défaut : $6 + 4 = \boxed{10\,\%}$

d) Aucun défaut : $\boxed{86\,\%}$

Exercice 3.8 :



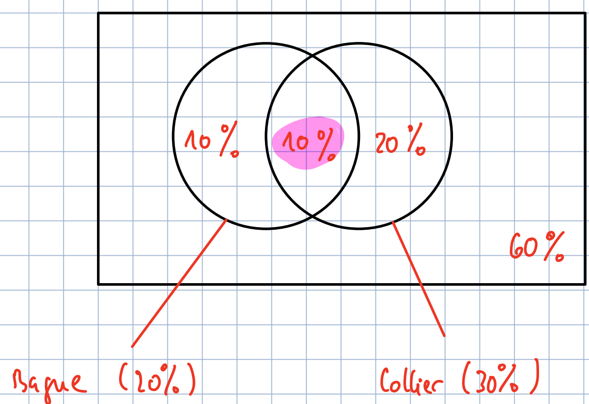
a) Exactement 2 langues : $140 + 40 + 20 = 200$

$$\Rightarrow P = \frac{200}{500} = \frac{2}{5} = \boxed{40\%}$$

b) Au moins 1 langues : $300 + 20 + 20 + 10 = 350$

$$\Rightarrow P = \frac{350}{500} = \frac{7}{10} \boxed{= 70\%}$$

Exercice 3.11 :



60% ne portent rien $\Rightarrow$ 40% portent quelque chose

A inter B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

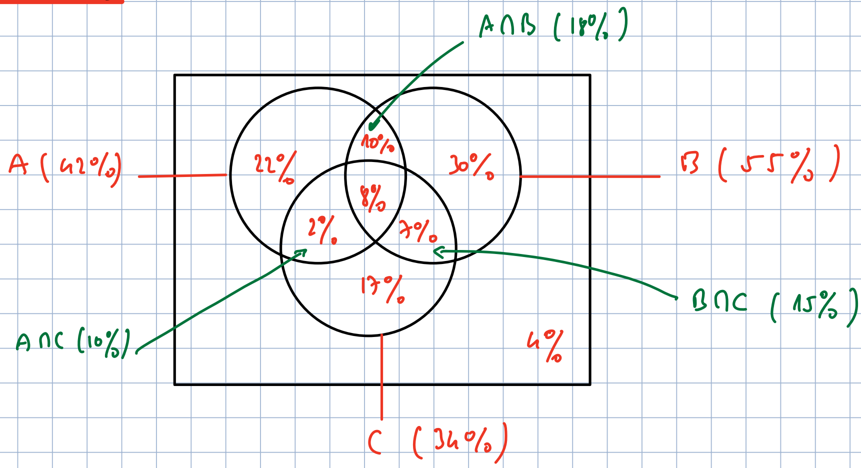
$$40\% = 20\% + 30\% - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 20\% + 30\% - 40\% = 10\%$$

a) $P(A \cup B) \boxed{= 40\%}$ → ! il s'agit du "ou" inclusif : Bague ou collier ou les deux

b) $P(A \cap B) \boxed{= 10\%}$

Exercice 3.12 :



a) $55 + 22 + 2 + 17 \boxed{= 96\%}$

b) $100 - 96 \boxed{= 4\%}$

c) $10 + 2 + 7 \boxed{= 19\%}$

d) $\boxed{22\%}$

Probabilités conditionnelles

Exercice 15 :

Nombre de lancers : $6 \cdot 6 = 36$

- A = " total des points = 8 " : $2+6 \quad 3+5 \quad 4+4 \Rightarrow 5$ cas
  $6+2 \quad 5+3$

  $\Rightarrow P(A) = \frac{5}{36} \cong 0{,}139 \cong \boxed{13{,}9\,\%}$

- B = " les deux nombres sont $\neq$ " $\Rightarrow 36-6 = 30$ cas

  $\Rightarrow P(B) = \frac{30}{36} \cong 0{,}833 \boxed{\cong 83{,}3\%}$

- C = " Le 1^er^ dé impair " : $\frac{36}{2} = 18$ cas

  $\Rightarrow P(C) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = \boxed{50\,\%}$

- $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

  $A \cap B$: total = 8 et 2 dés $\neq$ $\Rightarrow$ $2+6 \quad 3+5$, $6+2 \quad 5+3$ $\Big\} \Rightarrow 4$ cas

  $\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \cong 0{,}111 \cong 11{,}1\,\%$

  $\Rightarrow P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{30}{36}} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} \cong 0{,}133$ $\boxed{\cong 13{,}3\%}$

• $P(A|C) = \dfrac{P(A\cap C)}{P(C)}$

$A\cap C$: total = 8 et 1^er^ impair $\Rightarrow$ 3 + 5 5 + 3 $\Rightarrow$ 2 cas

$\Rightarrow P(A|C) = \dfrac{2}{18} = \dfrac{1}{9} \simeq 0{,}111 \boxed{\simeq 11{,}1\,\%}$

• $P(A|\bar{B}) = \dfrac{P(A\cap \bar{B})}{P(\bar{B})}$

B = 2 nombres $\neq$ $\Rightarrow$ $\bar{B}$ = 2 nombres égaux $\Rightarrow$ 6 cas

$A\cap\bar{B}$ = total de 8 et 2 nombres égaux $\Rightarrow$ 1 cas

$\Rightarrow P(A|\bar{B}) = \dfrac{1}{6} \simeq 0{,}166 \boxed{\simeq 16{,}7\,\%}$

• $P(A|\bar{C}) = \dfrac{P(A\cap \bar{C})}{P(\bar{C})}$

C = 1^er^ impair $\Rightarrow$ $\bar{C}$ = 1^er^ pair $\Rightarrow$ 18 cas

$A\cap\bar{C}$ = total de 8 et 1^er^ pair $\Rightarrow$ 2 + 6 4 + 4 6 + 2 $\Rightarrow$ 3 cas

$\Rightarrow P(A|\bar{C}) = \dfrac{3}{18} = \dfrac{1}{6} \simeq 0{,}166 \boxed{\simeq 16{,}7\,\%}$

Exercice 3.16 :

A = on tire un coeur $\Rightarrow P(A) = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4} = 25\,\%$

B = on tire le valet de coeur $\Rightarrow P(B) = \dfrac{1}{36} = 0{,}0277 \simeq 2{,}8\,\%$

C = on tire une figure de pique (R, D, V) ou un coeur $\Rightarrow 3 + 9 = 12$ cas

$\Rightarrow P(C) = \dfrac{12}{36} = \dfrac{1}{3} \simeq 0{,}33 \simeq 33{,}3\,\%$

- $P(B|A) = \dfrac{P(B\cap A)}{P(A)} = \dfrac{1}{9} \approx 0,11 \boxed{\approx 11,1\,\%}$

$A \cap B$ = valet de cœur $\Rightarrow$ 1 cas A = un cœur $\Rightarrow$ 9 cas

- $P(A|C) = \dfrac{P(A\cap C)}{P(C)} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4} = \boxed{75\,\%}$

$A \cap C$ = un cœur $\Rightarrow$ 9 cas C : 12 cas

- $P(B|C) = \dfrac{P(B\cap C)}{P(C)} = \dfrac{1}{12} \approx 0,0833 \boxed{\approx 8,3\,\%}$

$B \cap C$ = valet de cœur $\Rightarrow$ 1 cas ; C : 12 cas

- $P(C|B) = \dfrac{P(C\cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{1} = 1 \boxed{= 100\,\%}$

$C \cap B$ = valet de cœur $\Rightarrow$ 1 cas B : valet de cœur $\Rightarrow$ 1 cas

Exercice 3.20 :

Tous les tirages : $C^8_2 = 28$

a) 2 as : $C^4_2 = 6 \Rightarrow P(\text{"2 as"}) = \dfrac{6}{28} \approx 0,2143 \boxed{\approx 21,43\,\%}$

b) 2 as rouges : $C^2_2 = 1 \Rightarrow P(\text{"2 as rouges"}) = \dfrac{1}{28} \approx 0,0357 \boxed{\approx 3,57\,\%}$

c) au moins 1 as
- 1 as : $C^4_1 \cdot C^4_1 = 4 \cdot 4 = 16$
- 2 as : $C^4_2 = 6$

$\Rightarrow$ total = 22 cas

$\Rightarrow P = \dfrac{22}{28} \approx 0,7857 \boxed{\approx 78,57\,\%}$

! Autres méthodes :

0 as : $C^4_2 = 6 \rightarrow 28 - 6 = 22 \Rightarrow P = \frac{22}{28} \simeq 78{,}57\,\%$

ou 0 as $\equiv 2$ rois $\equiv 2$ as $\Rightarrow P = 100\,\% - \underbrace{21{,}43\,\%}_{\Downarrow\ a)} \simeq 78{,}57\,\%$

d)

i) $P(2\text{ as} \mid \text{il y a un as au moins}) = \dfrac{P(2\text{ as})}{P(\text{il y a un as au moins})} = \dfrac{6}{22}$

$\simeq 0{,}2727 \boxed{\simeq 27{,}27\,\%}$

Il y a un as au moins : $C^4_1 \cdot C^4_1 = 4 \cdot 4 = 16$ (1 as)

ou $C^4_2 = 6$ (2 as) $\Rightarrow 22$ cas

Il y a 2 as : $C^4_2 = 6$

ii) $P(2\text{ as} \mid \text{il y a au moins 1 as rouge}) = \dfrac{P(2\text{ as dont au moins 1 as rouge})}{P(\text{il y a au moins 1 as rouge})}$

– 2 as dont au moins 1 as rouge
- 1 as noir et 1 as rouge : $C^2_1 \cdot C^2_1 = 4$
- 2 as rouges : $C^2_2 = 1$

$\Rightarrow$ total $= 4 + 1 = 5$

– Au moins 1 as rouge
- 1 as rouge : $C^2_1\ C^6_1 = 2 \cdot 6 = 12$
- 2 as rouges : $C^2_2 = 1$

$\Rightarrow$ total $= 13$

$\Rightarrow P(\text{as} \mid \text{il y a au moins 1 as rouge}) = \dfrac{5}{13} \simeq 0{,}3846 \boxed{\simeq 38{,}46\,\%}$

! Autre méthode : 2 as dont aucun rouge $C^2_2 = 1$

$2 \text{ as} \quad : \quad C_2^4 = 6$

$\Rightarrow \quad 6 - 1 = 5$

$\left.\begin{array}{ll} \text{aucun as rouge} & : \quad C_2^6 = 15 \\ 2 \text{ cartes} & : \quad C_2^8 = 28 \end{array}\right\} \Rightarrow 28 - 15 = 13$

$\Rightarrow P = \frac{5}{13} \cong 0{,}3846 \cong \underline{38{,}46\%}$

iii) $P(2\text{as} \mid \text{il y a au moins l'as de coeur}) = \frac{3}{7} \cong 0{,}4286 \cong \boxed{42{,}86\%}$

- 2as dont l'as de coeur : $C_1^1 \cdot C_1^3 = 1 \cdot 3 = 3$
- Au moins l'as de coeur : $C_1^1 \cdot C_1^7 = 1 \cdot 7 = 7$

Exercice 3.21 :

$$P(> 20'000 \mid > 10'000) = \frac{P(> 20'000 \text{ et} > 10'000)}{P(> 10'000)}$$

$$= \frac{P(> 20'000)}{P(> 10'000)} = \frac{40\%}{80\%} = \frac{1}{2} \boxed{= 50\%}$$

Exercice 3.18 :

Tous les tirages : $36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 = A_4^{36} = 1'413'720$

a) $P = \frac{1}{1413720} \cong \boxed{0{,}000071\%}$

b) Les 4 as : $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$

$\Rightarrow P = \frac{24}{1413720} \cong \boxed{0{,}0017\%}$

c) $P(\text{Les 4as} \mid \text{les 2 premières sont des as}) = \dfrac{P(\text{4as} \cap \text{les 2 premières sont des as})}{P(\text{les 2 premières sont des as})}$

$\Rightarrow$ les 2 premières sont des as : $4 \cdot 3 \cdot 34 \cdot 33$ (les 2 dernières peuvent êtres aussi des as)

d'où $P(\text{les 4 as} \mid \text{les 2 premières sont des as}) = \dfrac{\overset{\text{4 as}}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{4 \cdot 3 \cdot 34 \cdot 33} = \dfrac{1}{17 \cdot 33} = \dfrac{1}{561}$

$P \cong \boxed{0{,}18\%}$

d) un as seulement : choix de l'as : 4

choix des 3 autres : $C_3^{32} = 4960$

Placement : $4! = 24$

$\Rightarrow 4 \cdot 4960 \cdot 24 = 476'160$

(Autre méthode : $A_1^4 \cdot A_3^{32} \cdot 4 = 476'160$)

$\Rightarrow P(\text{" un as "}) = \dfrac{476160}{1413720} \cong 0{,}3368 \cong \boxed{33{,}7\%}$

e) un as au moins $\Rightarrow$ le contraire : 0 as : $A_4^{32} = 863'040$

$\Rightarrow$ un as au moins : $1413720 - 863040 = 550'680$

$\Rightarrow P(\text{" au moins 1 as "}) = \dfrac{550680}{1413720} \cong 0{,}3895 \cong \boxed{38{,}95\%}$

f) un as au moins, sachant que la 1ère carte tirée $\neq$ as

* Méthode 1 :

Placement de l'as

- 1 as : $32 \cdot 4 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 3 = 357120$

- 2 as : $32 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 31 \cdot C_2^3 = 35'712$

Placement des 2as

$= 3$

- 3 as : $32 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 768$

tot : 393 600

Tous les tirages où la 1ère ≠ as : $32 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 = 1256640$

$\Rightarrow P = \frac{393600}{1256640} \simeq 0{,}3132 \cong \boxed{31{,}32\%}$

* Méthode 2 :

Aucun as : $32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 = A^{32}_{4} = 863040$

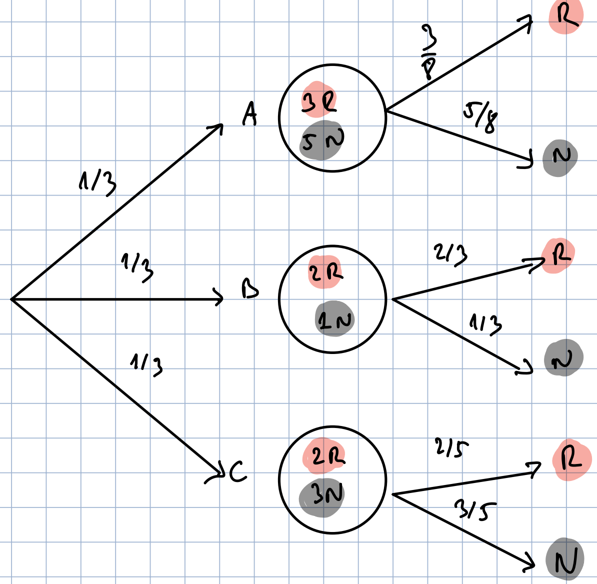
Tous les tirages où la 1ère ≠ as : $32 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 = 1256640$

$\Rightarrow$ Au moins 1 as : $1256640 - 863040 = 393'600$

$\Rightarrow P = \frac{393600}{1256640} \simeq 0{,}3132 \cong \boxed{31{,}32\%}$

Arbre

Exercice 3.25 :



$\Rightarrow P(A \cap R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow P(A \cap N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{24}$

$\Rightarrow P(B \cap R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$\Rightarrow P(B \cap N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

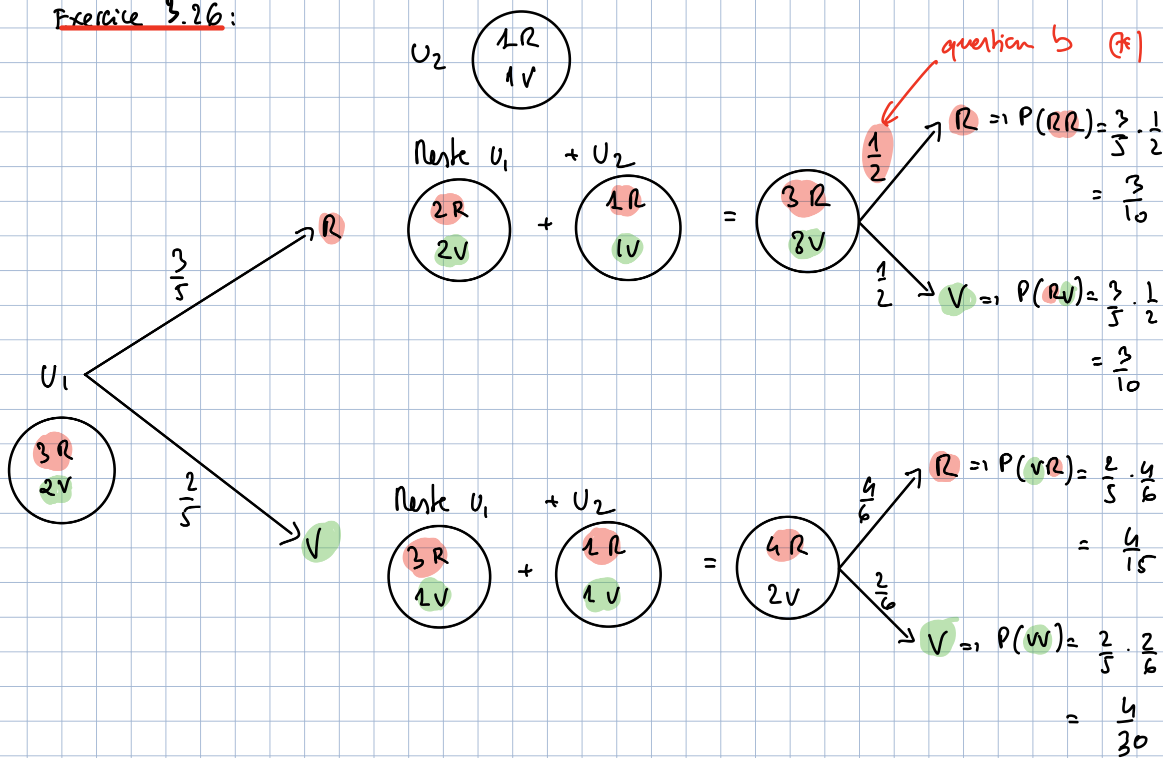
$\Rightarrow P(C \cap R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$

$\Rightarrow P(C \cap N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

a) $P(R) = \frac{1}{8} + \frac{2}{9} + \frac{2}{15} = \frac{45 + 80 + 48}{360} = \frac{173}{360} \approx \boxed{48{,}06\ \%}$

b) $P(A \mid R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{173}{360}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{360}{173} = \frac{45}{173} \approx \boxed{26{,}01\%}$

Exercice 3.26 :



a) $P(2^{\text{ème}} = R) = P(RR) + P(VR) = \frac{3}{10} + \frac{4}{15} = \frac{9+8}{30} = \frac{17}{30} \cong \boxed{56,67\%}$

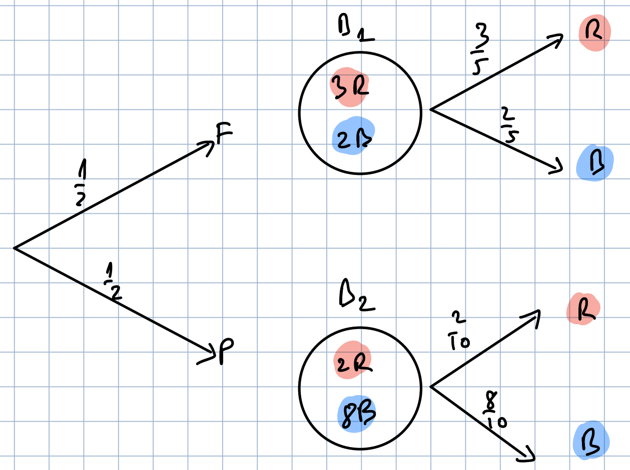
b) $P(2^{\text{ème}} = R \mid 1^{\text{ère}} = R) = \dfrac{P(RR)}{P(1^{\text{ère}}\, R)} = \dfrac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \boxed{= 50\%}$

(*) ou directement $= \frac{1}{2} = 50\%$

c) $P(1^{\text{ère}} = R \mid 2^{\text{ème}} = R) = \dfrac{P(RR)}{P(2^{\text{ème}} = R)} = \dfrac{P(RR)}{P(RR) + P(VR)} = \dfrac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{10} + \frac{4}{15}}$

$$= \frac{\frac{3}{10}}{\frac{17}{30}} = \frac{3}{10} \cdot \frac{30}{17} = \frac{9}{17} \cong \boxed{52,94\%}$$

Exercice 3.29:



$\Rightarrow P(B_1 R) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

$\Rightarrow P(B_1 B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$

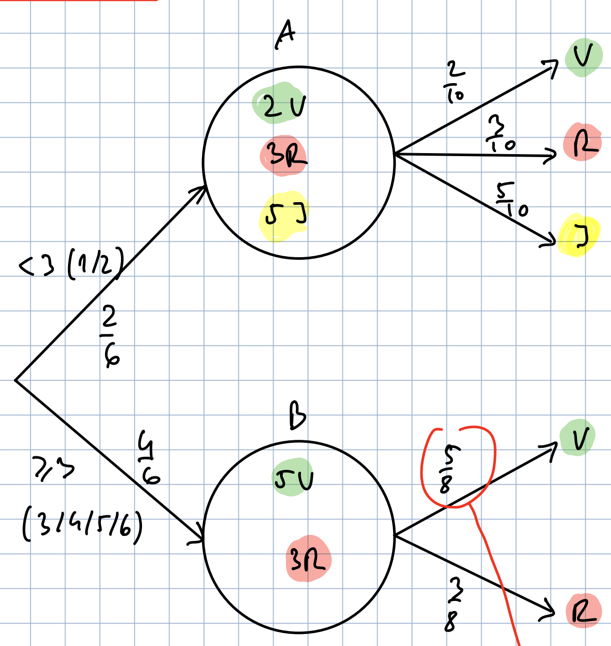
$\Rightarrow P(B_2 R) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{10} = \frac{1}{10}$

$\Rightarrow P(B_2 B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{10} = \frac{4}{10}$

$$P(B_1 | R) = \frac{P(B_1 R)}{P(R)} = \frac{P(B_1 R)}{P(B_1 R) + P(B_2 R)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{10} + \frac{1}{10}} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

$$= \boxed{75\%}$$

Exercice 3.30:



$\Rightarrow P(AV) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{60}$

$\Rightarrow P(AR) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{60}$

$\Rightarrow P(AJ) = \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{10} = \frac{10}{60}$

$\Rightarrow P(BV) = \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12} = \frac{25}{60}$

$\Rightarrow P(BV) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = \frac{15}{60}$

a) $P(V) = P(AV) + P(BV) = \frac{4}{60} + \frac{20}{48} = \frac{4}{60} + \frac{25}{60} = \frac{29}{60} \approx \boxed{48,33\%}$

b) $P(V \mid >2) = P(V \mid B) = \frac{5}{8} = \boxed{62,5\%}$

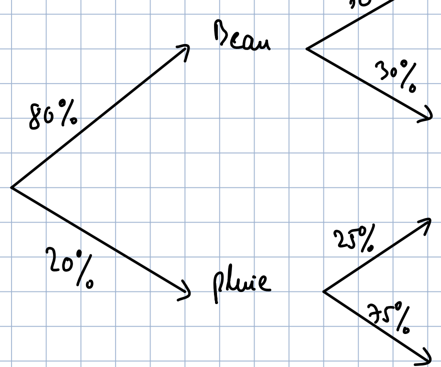
c) $P(<3 \mid R) = P(A \mid R) = \frac{P(AR)}{P(R)} = \frac{P(AR)}{P(AR) + P(BR)} = \frac{\frac{6}{60}}{\frac{6}{60} + \frac{15}{60}}$

$= \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \approx \boxed{28,57\%}$

d) $P(>2 \mid J) = P(B \mid J) = \boxed{0\%}$

Exercice 3.31:

a)



Bouchon $\Rightarrow P(\text{Beau} \cap \text{Bouchon}) = 0,8 \cdot 0,7 = 56\%$

ok ! $\Rightarrow P(\text{Beau} \cap \text{ok}) = 0,8 \cdot 0,3 = 24\%$

Bouchon $\Rightarrow P(\text{Pluie} \cap \text{Bouchon}) = 0,2 \cdot 0,25 = 5\%$

ok ! $\Rightarrow P(\text{Pluie} \cap \text{ok}) = 0,2 \cdot 0,75 = 15\%$

$\Rightarrow P(\text{Bouchon}) = P(\text{Beau} \cap \text{Bouchon}) + P(\text{Pluie} \cap \text{Bouchon}) = 56 + 5 \boxed{= 61\%}$

b) $P(\text{concert} \mid \text{Bouchon}) = P(\text{Beau} \mid \text{Bouchon}) = \frac{P(\text{Beau} \cap \text{Bouchon})}{P(\text{Bouchon})} = \frac{56}{61}$

$\approx \boxed{91,80\%}$

3.32 Dans un établissement scolaire, chaque année, la course d'école est fixée un jour de mai. Elle n'a lieu que par temps sec : s'il pleut le jour fixé, elle est reportée au lendemain. S'il pleut les deux jours suivant la date fixée, elle est annulée.

On sait que la probabilité qu'il pleuve un jour de mai est égale à 40%. On sait aussi que s'il pleut un jour du mois de mai, la probabilité qu'il pleuve le lendemain est égale à 70%.

a) Montrer que la probabilité que la course soit annulée est 0.196.

b) Quelle est la probabilité que la course soit reportée au plus une fois ?

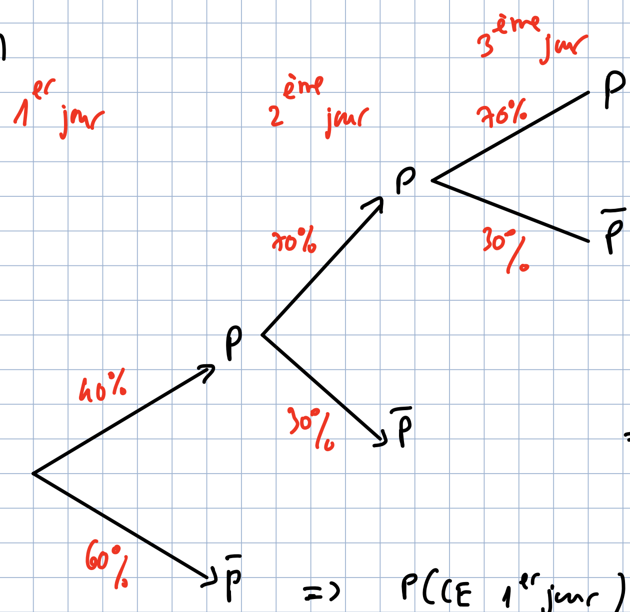
c) Sachant que la course a eu lieu, quelle est la probabilité qu'elle se soit déroulée le jour fixé ?

d) Quelle est la probabilité que, sur 5 ans, elle ait lieu exactement 3 fois le jour fixé ?

e) Quelle est la probabilité que, sur 5 ans, elle soit annulée au moins une fois ?

P : pluie , $\bar{P}$: Beau , CE : course d'école a lieu , $\overline{CE}$ pas course d'é...

a)



$\Rightarrow P(CE \text{ annulée}) = 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 19{,}6\%$

$\Rightarrow P(CE \text{ 3ème jour}) = 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 = 8{,}4\%$

$\Rightarrow P(CE \text{ 2ème jour}) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12 = 12\%$

$\Rightarrow P(CE \text{ 1er jour}) = 60\%$

b) $P(CE \text{ reportée au plus une fois}) = P(CE \text{ 1er jour}) + P(CE \text{ 2ème jour})$

$= 60\% + 12\% = \boxed{72\%}$

c) $P(\text{1er jour} \mid CE \text{ a lieu}) = \dfrac{P(\text{1er jour})}{P(CE \text{ a lieu})} = \dfrac{60}{60+12+8{,}4} = \dfrac{60}{80{,}4} \boxed{= 74{,}63\%}$

ou $100\% - 19{,}6\% = 80{,}4\%$

d) $P(\text{CE } 1^{er} \text{ jour}) = 60\% = 0{,}6$

$P(\text{CE pas lieu } 1^{er} \text{ jour}) = 40\% = 0{,}4$

$\Rightarrow P(\text{CE a lieu 3 fois sur 5}) = 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^2 \cdot \underbrace{\bar{P}(3;2)}_{=}$

ou $C_3^5 = C_2^5 = 10$

ordre des 3 CE et 2 $\overline{CE}$

$= \boxed{34{,}56\%}$

e) $P(0 \text{ annulation en 5ans}) = 0{,}804^5$

$= 33{,}60\%$

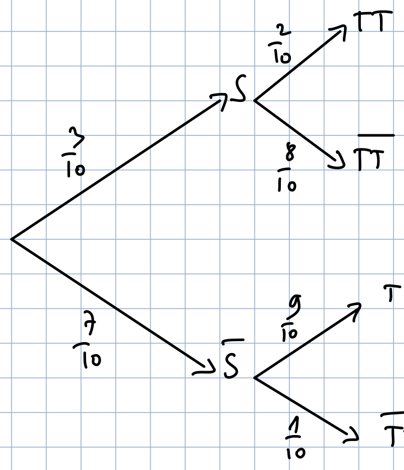
$100\% - 19{,}6\% = 80{,}4\%$

$\Rightarrow P(\text{Au moins 1 annulation en 5ans}) = 100\% - 33{,}60\% = \boxed{66{,}4\%}$

Exercice 3.33 :

S = Soleil $\qquad$ TT = Top Ten = arrivé dans les 10 premiers

$\bar{S}$ = Pluie $\qquad$ $\overline{TT}$ = pas dans les 10 premiers



$\Rightarrow P(S \cap TT) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{6}{100} = 6\%$

$\Rightarrow P(S \cap \overline{TT}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{24}{100} = 24\%$

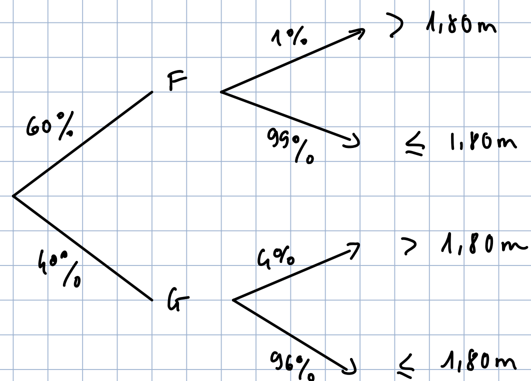
$\Rightarrow P(\bar{S} \cap TT) = \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{63}{100} = 63\%$

$\Rightarrow P(\bar{S} \cap \overline{TT}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{100} = 7\%$

$$P(\bar{S} \mid TT) = \frac{P(\bar{S} \cap TT)}{P(TT)} = \frac{P(\bar{S} \cap TT)}{P(S \cap TT) + P(\bar{S} \cap TT)}$$

$$= \frac{63}{6+63} = \frac{63}{69} = \frac{21}{23} \simeq \boxed{91{,}30\%}$$

Exercice 3.35 :



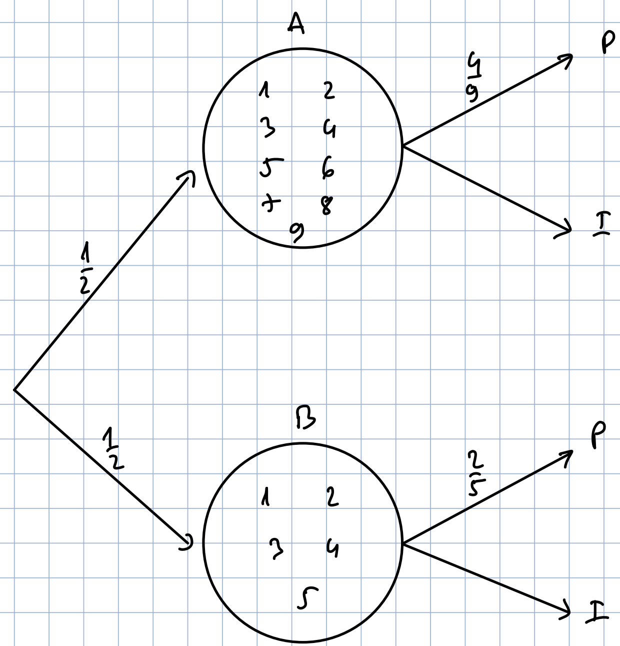
$\Rightarrow P(F > 1{,}80\,m) = 0{,}6 \cdot 0{,}01 = 0{,}6\%$

$\Rightarrow P(G > 1{,}80\,m) = 0{,}4 \cdot 0{,}04 = 1{,}6\%$

$$P(F \mid >1{,}80\,m) = \frac{P(F>1{,}80\,m)}{P(>1{,}80\,m)} = \frac{P(F>1{,}80\,m)}{P(F>1{,}80\,m)+P(G>1{,}80\,m)}$$

$$= \frac{0{,}6}{0{,}6+1{,}6} = \frac{0{,}6}{2{,}2} = \frac{6}{22} = \frac{3}{11} \simeq \boxed{27{,}27\,\%}$$

Exercice 3.36 :



$$\Rightarrow P(AP) = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow P(BP) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$P(A \mid P) = \frac{P(AP)}{P(P)} = \frac{P(AP)}{P(AP)+P(BP)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{9}+\frac{1}{5}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{10+9}{45}} = \frac{2}{9}\cdot\frac{45}{19}$$

$$= \frac{10}{19} \simeq \boxed{52{,}63\,\%}$$

Exercice 3.27:

A Méthode rapide : Carton I : 9 N et 6 U → tot = 15

Tous les tirages de 3 boules : $\underset{15}{\square}\ \underset{14}{\square}\ \underset{13}{\square} = A_3^{15} = 2730$

a) 3 balles neuves : $A_3^9 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$

$\Rightarrow P(\text{" 3 neuves "}) = \frac{504}{2730} \simeq \boxed{18{,}46\,\%}$

b) Au moins une usagée : – 1 usagée : $6 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \overset{\text{ordre}}{3} = 1296$

– 2 usagée : $6 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \overset{\text{ordre}}{3} = 810$

– 3 usagée : $A_3^6 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

tot : 2226

$\Rightarrow P(\text{" Au moins une usagée "}) = \frac{2226}{2730} \simeq \boxed{81{,}54\,\%}$

Autre méthode :

le contraire ≡ 0 usagée ≡ 3 neuves ≡ a)

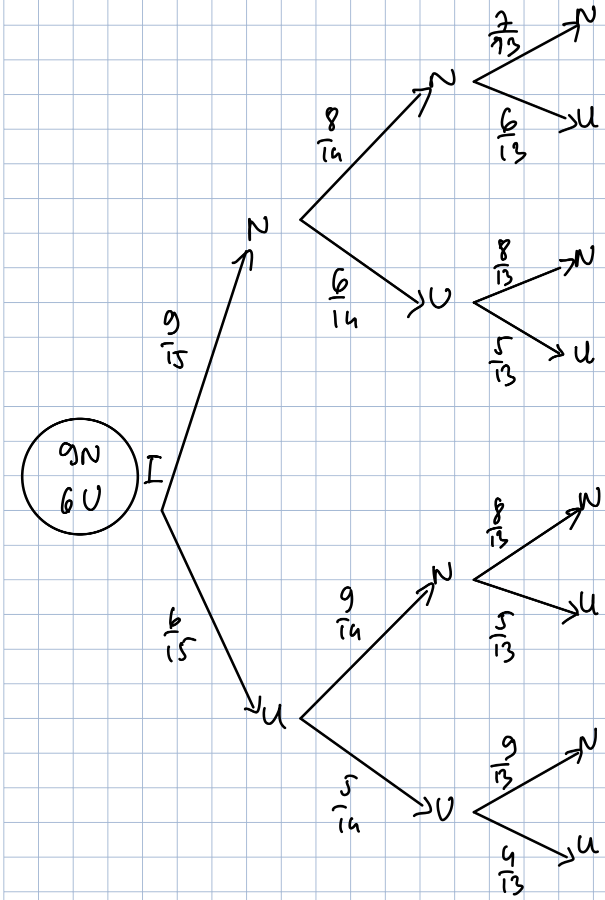
$\Rightarrow P(b)) = 100\% - 18{,}46\,\% = 81{,}54\,\%$

c) $P(\text{– – u} \mid \text{uu –}) = \frac{P(\text{uuu})}{P(\text{uu–})} = \frac{120}{390} = \boxed{30{,}77\,\%}$

3 usagés : $A_3^6 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

uu– : $6 \cdot 5 \cdot \underbrace{13}_{(15-2)} = 390$

$\boxed{A}$ Méthode détaillée avec un arbre :



$\Rightarrow P(NNN) = \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} = \frac{504}{2730} \boxed{\cong 18{,}46\%}$

↑ question a)

$\Rightarrow P(UUN) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{9}{13} = \frac{270}{2730} \cong 9{,}89\%$

$\Rightarrow P(UUU) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{120}{2730} \cong 4{,}40\%$

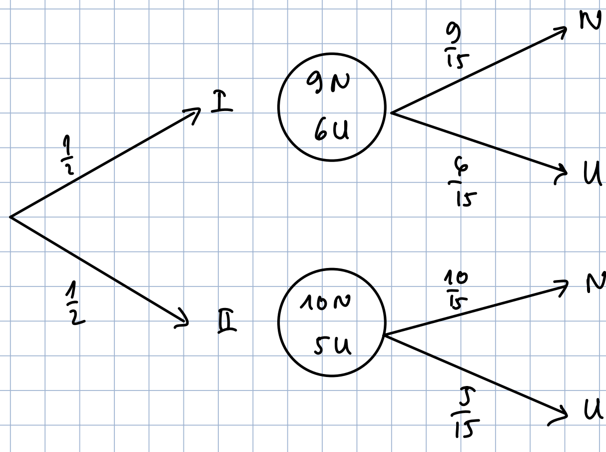
b) $P(\text{" Au moins une usagée "}) = 100\% - P(\text{" 0 usagée "}) = 100\% - \underbrace{18{,}46\%}_{\text{(question a)}} \boxed{\cong 81{,}54\%}$

c) $P(- - U \mid UU -) = \dfrac{P(UUU)}{P(UUN) + P(UUU)} = \dfrac{4{,}40}{9{,}89 + 4{,}40} \cong \boxed{30{,}79\%}$

ou $\dfrac{120}{270+120} = \dfrac{120}{390} \cong \boxed{30{,}77\%}$

$\boxed{B}$

a)



$\Rightarrow P(I\,N) = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{15} = \frac{9}{30}$

$\Rightarrow P(I\,U) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{15} = \frac{6}{30}$

$\Rightarrow P(II\,N) = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{15} = \frac{10}{30}$

$\Rightarrow P(II\,U) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{15} = \frac{5}{30}$

b) $P(N) = P(I\,N) + P(II\,N) = \frac{9}{30} + \frac{10}{30} = \frac{19}{30} \simeq \boxed{63{,}33\%}$

Autre méthode :

$$\frac{\underset{\downarrow}{\overset{I}{}}\;\frac{9}{15} + \underset{\downarrow}{\overset{II}{}}\;\frac{10}{15}}{2} = \frac{\frac{19}{15}}{2} = \frac{19}{30} \simeq 63.33\%$$

c) $P(II \mid U) = \dfrac{P(II\,U)}{P(U)} = \dfrac{P(II\,U)}{P(I\,U) + P(II\,U)} = \dfrac{\frac{5}{30}}{\frac{6}{30} + \frac{5}{30}} = \frac{5}{11}$

$\simeq \boxed{45{,}45\%}$

Espérance

Exercice 3.39 : voir le dossier

Exercice .40 :

a) Tous les tirages de 9 cartes : $C_9^{36} = 94'143'280$

- 0 as : $C_9^{32} = 28'048'800 \Rightarrow P(0\text{ as}) = \frac{C_9^{32}}{C_9^{36}} \approx 29,79\% \Rightarrow P(X=0)$

- 1 as : $C_1^4 \cdot C_8^{32} = 42'073'200 \Rightarrow P(1\text{ as}) = \frac{C_1^4 \cdot C_8^{32}}{C_9^{36}} \approx 44,69\% \Rightarrow P(X=1)$

- 2 as : $C_2^4 \cdot C_7^{32} = 20'195'136 \Rightarrow P(2\text{ as}) = \frac{C_2^4 \cdot C_7^{32}}{C_9^{36}} \approx 21,45\% \Rightarrow P(X=2)$

- 3 as : $C_3^4 \cdot C_6^{32} = 3'624'768 \Rightarrow P(3\text{ as}) = \frac{C_3^4 \cdot C_6^{32}}{C_9^{36}} \approx 3,85\% \Rightarrow P(X=3)$

- 4 as : $C_4^4 \cdot C_5^{32} = 201'376 \Rightarrow P(4\text{ as}) = \frac{C_4^4 \cdot C_5^{32}}{C_9^{36}} \approx 0,21\% \Rightarrow P(X=4)$

x	0	1	2	3	4	Tot
$P(X=x)$	29,79%	44,69%	21,45%	3,85%	0,21%	100% (99,99%)

b) $E(X) = 0 \cdot \frac{29,79}{100} + 1 \cdot \frac{44,69}{100} + 2 \cdot \frac{21,45}{100} + 3 \cdot \frac{2,85}{100} + 4 \cdot \frac{0,21}{100}$

$= 0,9998 \approx \boxed{1}$

$\Rightarrow$ Si on tire 9 cartes, en moyenne on obtiendra 1 as

c) Faux, en moyenne on obtiendra 1 as

Exercice 3.41:

$\Rightarrow$ 36 cas:

1^e dé 2^e dé

1 1 → X = 1	2 1 → X = 2	3 1 → X = 3	4 1 → X = 4	5 1 → X = 5	6 1 → X = 6
1 2 → X = 2	2 2 → X = 2	3 2 → X = 3	4 2 → X = 4	5 2 → X = 5	6 2 → X = 6
1 3 → X = 3	2 3 → X = 3	3 3 → X = 3	4 3 → X = 4	5 3 → X = 5	6 3 → X = 6
1 4 → X = 4	2 4 → X = 4	3 4 → X = 4	4 4 → X = 4	5 4 → X = 5	6 4 → X = 6
1 5 → X = 5	2 5 → X = 5	3 5 → X = 5	4 5 → X = 5	5 5 → X = 5	6 5 → X = 6
1 6 → X = 6	2 6 → X = 6	3 6 → X = 6	4 6 → X = 6	5 6 → X = 6	6 6 → X = 6

$\Rightarrow P(X = 1) = \frac{1}{36}$ (cas 1 1)

$P(X = 2) = \frac{3}{36}$ (12 / 22 / 21)

$P(X = 3) = \frac{5}{36}$ (13 / 23 / 33 / 31 / 32)

$P(X = 4) = \frac{7}{36}$ (14 / 24 / 34 / 44 / 41 / 42 / 43)

$P(X = 5) = \frac{9}{36}$ (15 / 25 / 35 / 45 / 55 / 51 / 52 / 53 / 54)

$P(X=6) = \frac{11}{36}$ (16 / 26 / 36 / 46 / 56 / 66 / 61 / 62 / 63 / 64 / 65)

(Formule : $P(X=n) = \frac{2n-1}{36}$)

a)

x	1	2	3	4	5	6	Tot
$P(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$	1

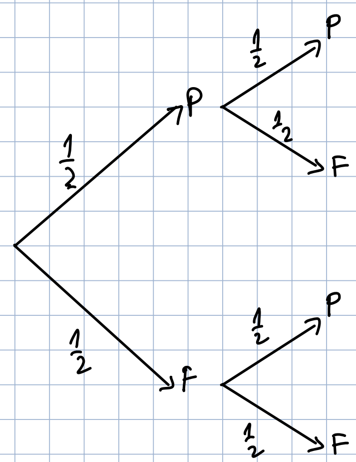
b) $E(x) = 1\cdot\frac{1}{36} + 2\cdot\frac{3}{36} + 3\cdot\frac{5}{36} + 4\cdot\frac{7}{36} + 5\cdot\frac{9}{36} + 6\cdot\frac{11}{36}$

$$= \frac{1}{36}\left[1\cdot1 + 2\cdot3 + 3\cdot5 + 4\cdot7 + 5\cdot9 + 6\cdot11\right] \simeq \frac{161}{36} \boxed{\simeq 4{,}47}$$

En moyenne, le résultat est $\sim 4{,}5$

c) Faux, le résultat le plus "fréquent" (probable) est 6 (11 chances /36)

Exercice 3.42:



$\Rightarrow P(PP) = \frac{1}{4}$ gain : 10.-

$\Rightarrow P(PF) = \frac{1}{4}$ perte : 15.-

$\Rightarrow P(FP) = \frac{1}{4}$ perte : 15.-

$\Rightarrow P(FF) = \frac{1}{4}$ gain : 5.-

$P(X = -15) = \frac{1}{2}$ (car $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$)

$P(X = 5) = \frac{1}{4}$

$P(X = 10) = \frac{1}{4}$

a)

x	-15	5	10	tot
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

b) $E(X) = -15 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{4} + 10 \cdot \frac{1}{4} = \boxed{-3{,}75}$

c) NON ! Si l'on joue beaucoup, on perdra en moyenne 3,75 Frs par partie

Exercice 3.43:

3 R
6 N

$\frac{3}{9}$ R $\Rightarrow P(R, 1^e \text{coup}) = \frac{1}{3} \Rightarrow$ Gain de 100.–

$\frac{6}{9}$ N $\Rightarrow$ Perte de 50.–

- $\frac{3}{8}$ R $\Rightarrow$ Gain de 100.– $\Rightarrow P(NR) = \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$

  $\Rightarrow$ gain net de 50.–

- $\frac{5}{8}$ N Perte de 50.–

  - $\frac{3}{7}$ R Gain 100.–

    $\Rightarrow P(NNR) = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{28}$

    $\Rightarrow$ Gain de 0.–

  - $\frac{4}{7}$ N perte de 50.–

    $\Downarrow$

    $P(NNN) = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{21}$

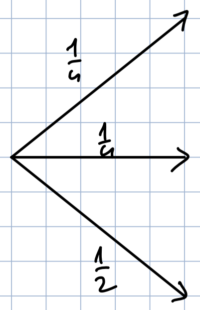
    $\Rightarrow$ Perte de 150.–

x	−150.–	0.–	50.–	100.–	Total
$P(X=x)$	$\frac{5}{21} = \frac{20}{84}$	$\frac{5}{28} = \frac{15}{84}$	$\frac{1}{4} = \frac{21}{84}$	$\frac{1}{3} = \frac{28}{84}$	1

$$E(X) = \frac{1}{84}\left[-150 \cdot 20 + 0 \cdot 15 + 50 \cdot 21 + 100 \cdot 28\right] = \frac{850}{84} \approx \boxed{10,1}$$

OUI, car en jouant beaucoup, on gagnera en moyenne 10 Frs par partie.

Exercice 3.44 :



Coeur $\Rightarrow$ Gain : $5-3 = 2.-$

Carreau $\Rightarrow$ Gain : $4-3 = 1.-$

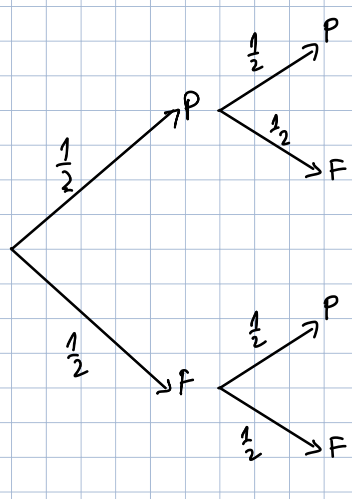
Noire $\Rightarrow$ perte : $-3.-$

x	-3	1	2	Total
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$\Rightarrow E(X) = -3\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{1}{4} + 2\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\left(-6+1+2\right) = -\frac{3}{4} = \boxed{-0{,}75 \text{ Frs.}}$$

$\Rightarrow$ À ce jeu, on perd en moyenne 75 centimes par partie.

Exercice 3.45 :



$\Rightarrow P(PP) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ Perte : -K Frs

$\Rightarrow P(PF) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ Gain : 1 "

$\Rightarrow P(FP) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ Gain : 1 "

$\Rightarrow P(FF) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ Gain : 3 "

x	$-K$	1	3	Total
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$\Rightarrow E(X) = -K \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(-K + 2 + 3) = \frac{1}{4}(-K+5)$

Pour que le jeu soit équitable $\Rightarrow E(x) = 0$

donc $\frac{1}{4}(-K+5) = 0 \Rightarrow \boxed{K = 5}$

$\Rightarrow$ il faut débourser 5 Frs si on fait 2 piles pour que le jeu soit équitable $(E(X) = 0)$

Exercice 3.46 :

a) dé blanc = dé noir : 6 cas 11 / 22 / 33 / 44 / 55 / 66

dé blanc $\neq$ dé noir : $36 - 6 = 30$ cas

dé blanc > dé noir : $\frac{30}{2} = 15$ cas

$\Rightarrow P(\text{dé blanc} > \text{dé noir}) = \frac{15}{36} \Rightarrow$ Gain : $12 - 6 = 6.-$

$\Rightarrow P(\text{dé blanc} \leq \text{dé noir}) = \frac{21}{36} \Rightarrow$ Perte : $-6.-$

x	-6	$+6$	Total
$P(X=x)$	$\frac{21}{36}$	$\frac{15}{36}$	1

$\Rightarrow E(X) = -6 \cdot \frac{21}{36} + 6 \cdot \frac{15}{36} = \frac{1}{6}(-21+15) = -\frac{6}{6}$ $\boxed{= -1}$

$\Rightarrow$ NON, le jeu n'est pas équitable, on perd en moyenne 1.– par partie.

b)

x	$-x$	$12-x$	Total
$P(X=x)$	$\frac{21}{36}$	$\frac{15}{36}$	1

$\Rightarrow E(X) = -x \cdot \frac{21}{36} + (12-x) \cdot \frac{15}{36} = \frac{1}{36}\left(-21x + (12-x) \cdot 15\right)$

$= \frac{1}{36}\left(-21x + 180 - 15x\right) = \frac{1}{36}\left(180 - 36x\right)$

Hypothèse : le jeu est équitable $\Rightarrow E(X) = 0$

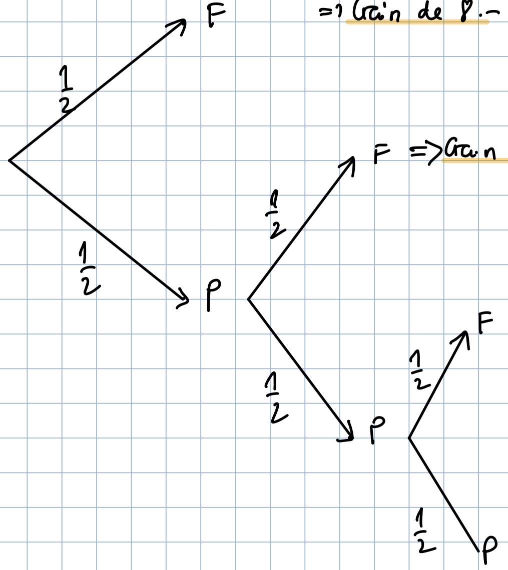
$\Rightarrow \frac{1}{36}(180 - 36x) = 0 \Rightarrow 180 - 36x = 0 \quad | -180$

$\Rightarrow -36x = -180 \quad | \div (-36)$

$\Rightarrow \boxed{x = 5}$

$\Rightarrow$ le prix de départ devrait être de 5 Frs.

Exercice 3.47:



F ⇒ Gain de 8.- et $P(F) = \frac{1}{2}$

F ⇒ Gain de 5.- et $P(PF) = \frac{1}{4}$

F ⇒ Gain 2.- et $P(PPF) = \frac{1}{8}$

P ⇒ Perte : -40.- et $P(PPP) = \frac{1}{8}$

x	-40.-	2.-	5.-	8.-	Total
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1

$$\Rightarrow E(X) = -40 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{8} + 5 \cdot \frac{1}{4} + 8 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}\left(-40 + 2 + 10 + 32\right)$$

$$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = \boxed{0{,}50 \text{ Frs}}$$

⇒ En moyenne, on gagne 50 centimes par partie.

Exercice 3.48:

Soit X = coût d'entrée pour le tarif "joueur"

Résultat obtenu	6	5	4	3	2	1	
x	0	5	10	15	20	25	Total
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$$\Rightarrow E(X) = 0\cdot\frac{1}{6} + 5\cdot\frac{1}{6} + 10\cdot\frac{1}{6} + 15\cdot\frac{1}{6} + 20\cdot\frac{1}{6} + 25\cdot\frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{6}\left(0+5+10+15+20+25\right) = \frac{1}{6}\cdot 75 = \boxed{12{,}50 \text{ Frs}}$$

$\Rightarrow$ Le joueur devra payer, en moyenne, 12,50 Frs.

Le tarif "classique" est donc plus avantageux (12.–)