



Gymnase de Burier

Case postale 96
Rte de Chailly 170
1814 La Tour-de-Peilz



EXAMEN ÉCRIT DE L'ÉCOLE DE CULTURE GÉNÉRALE

JUIN 2023

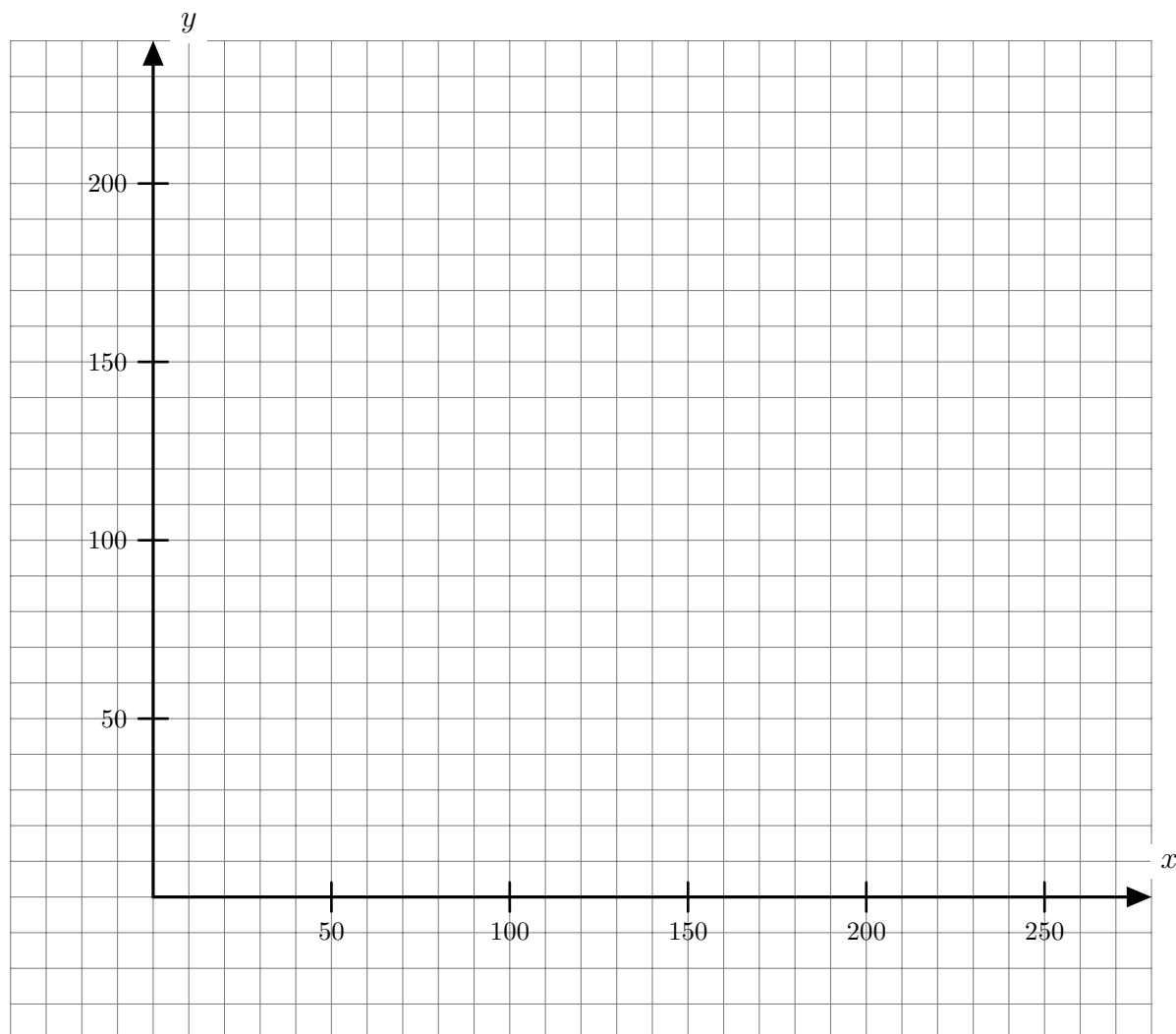
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Nom : _____ Prénom : _____ Classe : _____

Durée de l'épreuve : 4 heures

Consignes : La rédaction de vos réponses (avec détails des calculs) se fait en-dessous de chaque question. Si vous manquez de place, des feuilles sont à disposition auprès des surveillants.

Matériel autorisé : Formulaire officiel non annoté
Calculatrice Texas Instruments TI 30 ECO RS



- c) Sachant qu'un camion de type A consomme 15 litres pour 100 km alors qu'un camion de type B consomme 60 litres pour 100 km, déterminer à l'aide du graphique, puis par calculs, le nombre de camions de chaque type à utiliser afin d'obtenir une consommation minimale pour 100 km.

Problème 2 (7 points)

Madame Rose est inquiète. Il y a 14 jours, elle avait identifié 10 pucerons sur son rosier préféré. Aujourd'hui, elle observe avec effroi que les pucerons ont maintenant envahi son rosier. Elle estime leur nombre à 300.

- a) À l'aide d'un modèle exponentiel, trouver une formule permettant d'estimer le nombre N de pucerons sur le rosier en fonction du nombre t de jours écoulés.
- b) Combien y aura-t-il de pucerons si elle attend deux jours de plus ?
- c) Dans combien de jours le nombre de pucerons s'élèvera-t-il, pour la première fois, à plus de 1'000 ?

Problème 3 (8 points)

Une assemblée est constituée de 6 femmes et de 4 hommes.

- a) Combien de comités différents de 4 personnes peut-on former ?
- b) Parmi ces comités, combien d'entre eux sont mixtes (à savoir composés d'au moins une femme et un homme) ?
- c) On souhaite à présent donner des responsabilités distinctes aux 4 membres du comité en élisant un(e) président(e), un(e) comptable, un(e) secrétaire et un(e) adjoint(e). Combien de comités différents de 4 personnes peut-on former ?
- d) Dans l'assemblée, il y a un couple. Une règle stipule que si un membre du couple est président(e), l'autre membre du couple ne peut pas avoir le rôle de comptable. Combien de comités de 4 personnes (avec un(e) président(e), un(e) comptable, un(e) secrétaire et un(e) adjoint(e)) peut-on alors créer ?

Problème 4 (15 points)

Dans un parc, un forain vous propose le jeu suivant :

Deux urnes contiennent respectivement :

U_1 : 2 boules noires et 3 boules blanches.

U_2 : 2 boules noires, 1 boule verte et 4 boules blanches.

Vous payez 10 francs pour participer, puis vous tirez une boule dans l'urne U_1 .

Vous ajoutez la boule tirée à l'urne U_2 , puis vous tirez une boule dans l'urne U_2 .

- Si vous tirez une boule noire de U_2 , vous recevez 30 francs.
- Si vous tirez une boule verte de U_2 , vous recevez vos 10 francs en retour.
- Si vous tirez une boule blanche de U_2 , vous perdez vos 10 francs.

a) Représenter la situation à l'aide d'un diagramme en arbre en indiquant les probabilités sur chaque branche.

b) Calculer la probabilité de tirer une boule noire dans U_1 puis de tirer une boule blanche dans U_2 .

- c) Calculer la probabilité de perdre exactement la mise de départ.
- d) Calculer la probabilité de tirer une boule noire dans U_2 sachant que l'on a sorti une boule blanche de U_1 .
- e) Si l'on sort une boule blanche de U_2 , calculer la probabilité que l'on ait tiré une boule blanche dans U_1 .
- f) Le forain a-t-il intérêt à poursuivre son jeu? Justifier votre réponse par un calcul d'espérance.

Problème 5 (19 points)

Monsieur B. est directeur d'un hôtel de 40 chambres, situé au centre de Londres.

Les parties A et B suivantes sont indépendantes.

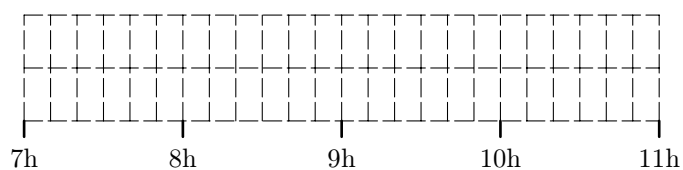
Partie A

Monsieur B. souhaite améliorer la qualité de son service et l'adapter à la demande. Durant le printemps 2023, il effectue un sondage auprès de ses clients. Ces derniers sont invités à indiquer, sur une tablette, l'heure à laquelle ils se sont présentés dans la salle où est servi le buffet du petit-déjeuner. Il établit ci-dessous la distribution de cette variable, pour l'échantillon concerné :

Heure	Nombre de clients	Fréquence (%)	Fréquence cumulée (%)
[7h00 ; 8h00[1508		
[8h00 ; 9h00[2184		
[9h00 ; 10h00[936		
[10h00 ; 11h00[572		
Total			////////////////////

- a) Compléter le tableau ci-dessus.
- b) À quelle heure, en moyenne, les clients viennent-ils prendre le petit-déjeuner dans cet hôtel ? (Au format heures, minutes.)
- c) Quelle est l'heure médiane de cette distribution ? (Au format heures, minutes.)

- d) Sachant que le premier quartile est à 7h52, représenter la boîte à moustaches (box-plot) de cette distribution :



- e) L'affirmation suivante est-elle correcte? Justifier votre réponse.

" Plus de 75% des clients ne se sont pas encore présentés au petit-déjeuner à 8h00."

Partie B

Afin de mieux connaître le profil de ses clients, Monsieur B. note pendant une semaine le nombre de personnes par réservation :

Nombre de personnes	Effectif
1	38
2	82
4	57
5	23

- a) Donner le mode de cette série statistique.
- b) Donner la médiane \tilde{x} de cette série statistique.
- c) Donner la moyenne \bar{x} et l'écart-type s de cette série statistique.
- d) Répondre à la question suivante sans faire de calculs supplémentaires :
Quel serait l'impact sur la médiane et la moyenne si un groupe de 12 personnes avait réservé cette semaine-là ?

Problème 6 (18 points)

Lors de l'école de recrue, les recrues doivent courir un 100 mètres et sont chronométrées. Les temps obtenus suivent une loi normale avec un temps moyen de 15,50 secondes et un écart-type de 1,25 secondes.

- a) Quelle est la probabilité que le temps d'une recrue se situe à moins d'une seconde du temps moyen ?
- b) On souhaite remettre une récompense aux recrues les plus rapides. Seules 1,5 % d'entre elles auront cette récompense. En dessous de quel temps (au centième près) faudra-t-il courir pour obtenir cette distinction ?

Pour faire des analyses statistiques, on décide de considérer un échantillon de 50 temps pris au hasard.

c) Pourquoi peut-on considérer que la moyenne des 50 temps suit une loi normale ?

d) Calculer les paramètres de cette nouvelle loi normale.

e) Quelle est la probabilité que la moyenne des 50 temps soit supérieure à 15,70 secondes ?

f) Si l'on néglige les valeurs extrêmes ayant moins de 5% de chances d'être obtenues, dans quel intervalle doit se trouver la moyenne des 50 temps de l'échantillon ?

g) Quel serait l'impact sur cet intervalle si l'on augmentait la taille de l'échantillon ?