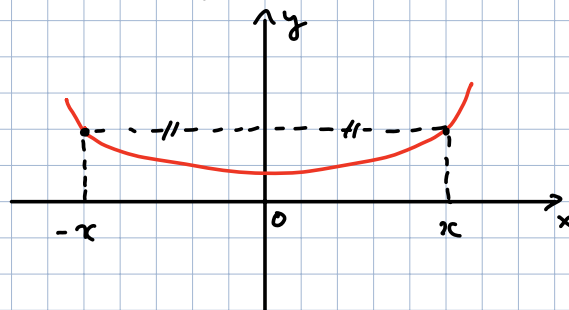


Généralités sur les fonctions :

* Parité :

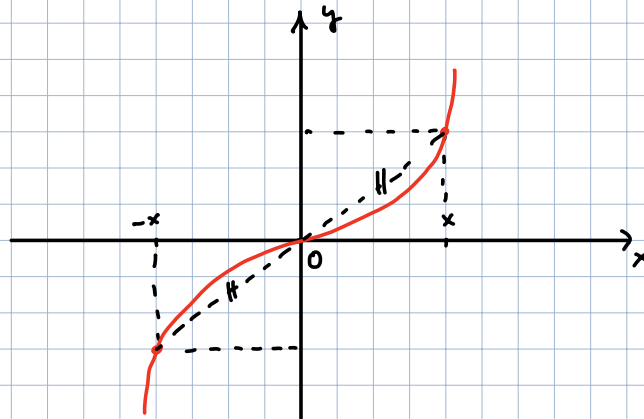
Une fonction est dite **paire** si $f(-x) = f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{D}_f$

La courbe représentant le graphe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des y .



Une fonction est dite **impaire** si $f(-x) = -f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{D}_f$

La courbe représentant le graphe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.

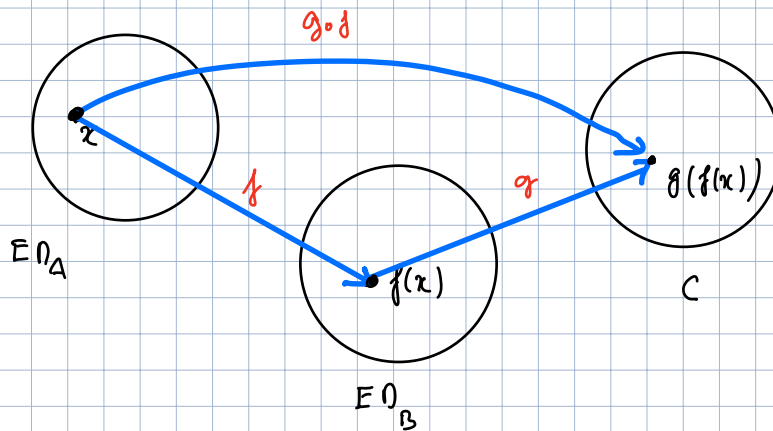


* Composition de fonctions

La fonction composée de deux fonctions f et g , notée $g \circ f$ (lire g rond f) est définie par :

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

L'ensemble de définition de $g \circ f$ est l'ensemble de tous les x de l'ensemble de définition de f tels que $f(x)$ est dans l'ensemble de définition de g .



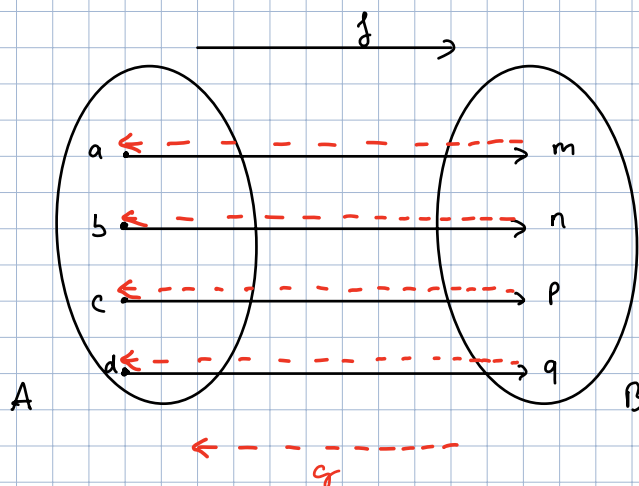
Ainsi donc à tout élément x de l'ensemble A , on applique successivement les deux fonctions f puis g .

* Fonction réciproque

Soit une fonction f d'un ensemble A vers un ensemble B . on définit la fonction g de l'ensemble B vers l'ensemble A tel que :

- Pour tout x de A : $(g \circ f)(x) = x$
- pour tout y de B : $(f \circ g)(y) = y$

Une telle fonction g s'appelle la fonction réciproque de f



Deux conditions doivent être remplies pour qu'une telle fonction réciproque existe :

1) f doit être surjective : $f(A) = B$, c'est-à-dire que pour tout élément y de B , il existe $x \in A$ tel que : $f(x) = y$;

2) f doit être injective : $f(x_1) = f(x_2)$ implique $x_1 = x_2$.

On dit d'une fonction à la fois surjective et injective qu'elle est bijjective.

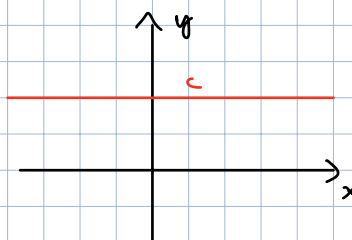
* Quelques fonctions élémentaires :

a) Fonction constante :

$$f: x \mapsto c \quad (c \in \mathbb{R})$$

$$\text{ED}_f = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = c$$

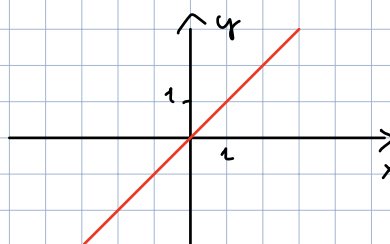


b) Fonction identité :

$$f: x \mapsto x$$

$$\text{ED}_f = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R}$$

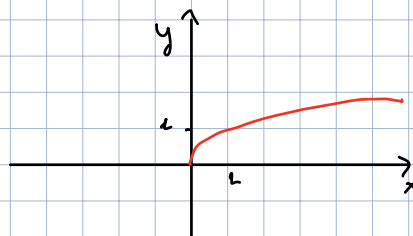


c) Fonction racine carrée

$$f: x \mapsto \sqrt{x}$$

$$\text{ED}_f = \mathbb{R}_+$$

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R}_+$$

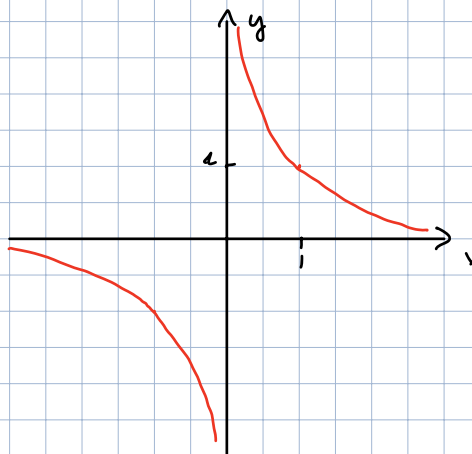


d) Fonction inverse:

$$f: x \mapsto \frac{1}{x}$$

$$\text{ED}_f = \mathbb{R}^*$$

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R}^*$$



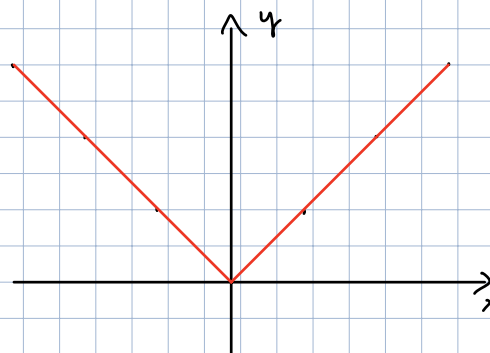
e) Fonction valeur absolue:

$$f: x \mapsto |x|$$

$$\text{ED}_f = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R}_+$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



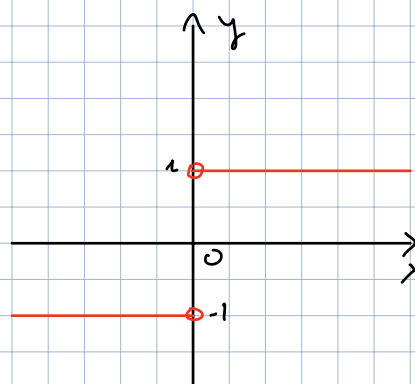
f) Fonction signe:

$$f: x \mapsto \text{sgn}(x)$$

$$\text{ED}_f = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = \{-1; 0; 1\}$$

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



g) Fonction partie entière:

$$f: x \mapsto E(x)$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = \mathbb{Z}$$

$E(x)$ est le plus grand entier inférieur ou égal à x

Exemples:

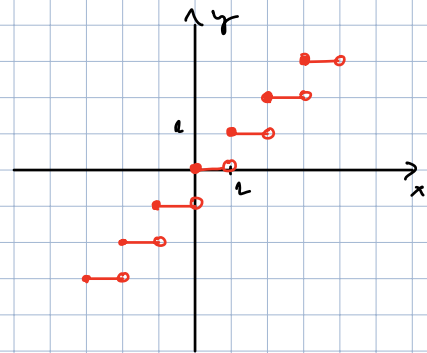
$$E(3,14) = 3$$

$$E(18) = 18$$

$$E(0) = 0$$

$$E(-3) = -3$$

$$E(-3,001) = -3$$



* Périodicité :

Une fonction f de D_f vers $\mathbb{R}$ est périodique s'il existe $p > 0$ tel que, pour tout $x \in D_f$, on ait $f(x+p) = f(x)$.

Le plus petit nombre réel $p > 0$ satisfaisant à cette condition est appelé période de f .

* Fonction réciproque :

Soit une fonction $f: D \rightarrow E$. On appelle fonction réciproque de f une fonction, notée f^{-1} , telle que $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ pour tout $x \in D$ et $(f \circ f^{-1})(y) = y$ pour tout $y \in E$.

Deux conditions doivent être remplies pour qu'une telle fonction réciproque existe :

- 1) f doit être surjective : $f(D) = E$, c-à-d que pour tout élément y de E , il existe $x \in D$ tel que $f(x) = y$;
- 2) f doit être injective : $f(x_1) = f(x_2)$ implique $x_1 = x_2$.

On dit d'une fonction à la fois surjective et injective qu'elle est bijjective.