

Exponentielles et logarithmes

4.2.11 Etablir le tableau des signes des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \log(-x^2 + 4x + 22)$

b) $f(x) = 12 - 10^{3-x}$

c) $f(x) = \log_2\left(\frac{2x}{x-1}\right)$

a) $f(x) = \log(-x^2 + 4x + 22)$

* condition: $-x^2 + 4x + 22 > 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 22 < 0$

$$\Delta = 104$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{104}}{2} = 2 \pm \sqrt{26}$$

$$\Rightarrow \text{ED}(f) =] 2 - \sqrt{26} ; 2 + \sqrt{26} [$$

* chercher les zéros de $f(x)$

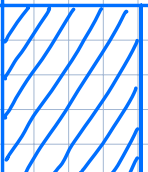
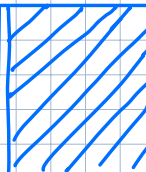
$$\Rightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \log(-x^2 + 4x + 22) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log(-x^2 + 4x + 22) = \log(1)$$

$$\Rightarrow -x^2 + 4x + 22 = 1 \Rightarrow (x-7)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{x_1 = -3 \text{ et } x_2 = 7}$$

* Tableau des signes:

x	$-\infty$	$2-\sqrt{26}$	-3	7	$2+\sqrt{26}$	$+\infty$		
$f(x)$			$-$	0	$+$	0	$-$	

$$b) f(x) = 12 - 10^{3-x}$$

$$* \quad \underline{ED(f) = \mathbb{R}}$$

* Zero :

$$12 - 10^{3-x} = 0 \Leftrightarrow 10^{3-x} = 12 \Leftrightarrow \log(12) = 3-x$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = 3 - \log(12)}$$

* Tableau des signes :

x	$-\infty$	$3 - \log(12)$	$+\infty$
$f(x)$	-		+

$$c) f(x) = \log_2 \left(\frac{2x}{x-1} \right)$$

* Condition : $\frac{2x}{x-1} > 0$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$2x$	-	0	+	+
$x-1$	-	-	0	+
$\frac{2x}{x-1}$	+	0	-	+

$$\Rightarrow \text{ED}(f) =]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$$

* Zéro : $\log_2 \left(\frac{2x}{x-1} \right) = 0$

$$\Rightarrow \frac{2x}{x-1} = 1$$

$$\Rightarrow 2x = x-1 \Rightarrow \underline{x = -1}$$

* Tableau des signes :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-		+