

Exponentielles et logarithmes

4.2.10 Donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{2}{10^x - 9}$

c) $f(x) = \log(x^3 + 2x^2 - 3)$

b) $f(x) = \log_7 \left(\frac{x^2 - 1}{x + 3} \right)$

d) $f(x) = \frac{1}{\log(x^2 - 1)}$

a) $f(x) = \frac{2}{10^x - 9}$

* condition : $10^x - 9 \neq 0 \Leftrightarrow 10^x \neq 9 \Leftrightarrow x \neq \log(9)$

d'où $\text{ED}(f) = \mathbb{R} \setminus \{ \log(9) \}$

b) $f(x) = \log_7 \left(\frac{x^2 - 1}{x + 3} \right)$

* condition : $\frac{x^2 - 1}{x + 3} > 0$

$(\Rightarrow) \frac{(x-1)(x+1)}{x+3} > 0$

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
$x^2 - 1$	+	+	0	-	0	+	
$x + 3$	-	0	+	+	+	+	
$\frac{x^2 - 1}{x + 3}$	-	-	+	0	-	0	+

$\Rightarrow \text{ED}(f) =]-3; -1[\cup]1; +\infty[$

$$c) f(x) = \log(x^3 + 2x^2 - 3)$$

* condition: $x^3 + 2x^2 - 3 > 0$

$\Rightarrow$ Horner :

	1	2	0	-3
1		1	3	3
	1	3	3	0

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 - 3 = (x-1) \underbrace{(x^2 + 3x + 3)}_{\Delta < 0} > 0$$

d'au $ED(f) =] 1 ; +\infty[$

$$d) f(x) = \frac{1}{\log(x^2 - 1)}$$

* Condition: $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) > 0$

et $\log(x^2 - 1) \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 1$

$\Leftrightarrow x^2 \neq 2 \Rightarrow x \neq \pm \sqrt{2}$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$x^2 - 1$		+	+	0	-	+

$\Rightarrow ED(f) =]-\infty ; -\sqrt{2}[\cup]-\sqrt{2} ; -1[\cup]1 ; \sqrt{2}[\cup]\sqrt{2} ; +\infty[$
